БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ • BULGARIAN ACADEMY OF SCIENCES
ИЗВЕСТИЯ НА СЕКЦИЯТА ПО АСТРОНОМИЯ
BULLETIN OF THE SECTION OF ASTRONOMY
Том (Vol.) V, 1972

ЕДНА ЗАВИСИМОСТ МЕЖДУ ОСНОВНИТЕ ЕЛЕМЕНТИ НА 22-ГОДИШНИЯ ЦИКЪЛ НА СЛЪНЧЕВАТА АКТИВНОСТ

Ангел Бонов

Още през миналия век Wolf забелязал, че в цикличната крива на относителните числа на слънчевите петна 11-годишните цикли образуват групи от по два цикъла, от които единият е по-висок, а другият — по-нисък. От този факт той направил заключението, че съществува един двоен или 22-годишен цикъл на слънчевата активност (по сегашната терминология).

По-късно Turner [1] и Ludendorf [2] привеждат аргументи за съществуването на 22-годишния цикъл, но на техните изследвания отначало не се обръща внимание. Едва след като Hale и Nicholson [3] откриват закона за смяната на магнитната полярност на биполярните групи на слънчевите петна, съществуването на 22-годишния цикъл станало общопризнато и започнало по-задълбоченото му изучаване.

Според цюрихската номерация на 11-годишните цикли на слънчевата активност цикълът, който започва в 1755,2 г. и свършва в 1766,5 г., има номер 1, следващият, който започва в 1766,5 г. и свършва в 1775,5 г. има номер 2 и т. н. Циклите преди 1755 г. (до 1610 г.) имат отрицателни номера, като цикълът, който започва в 1745,0 г. и свършва в 1755,2 г., има номер нула, предшедствуващият го цикъл (от 1734,0 до 1745,0 г.) има номер —1 и т. н. до 11-годишния цикъл с номер —12, който започва в 1610,8 г. и свършва в 1619,0 г.

Въз основа на тази номерация може 11-годишните цикли да бъдат групирани в 22-годишни цикли по следните два начина:

1) първият 11-годишен цикъл има нечетен номер, а вторият — четен номер;

2) първият 11-годишен цикъл има четен номер, а вторият — нечетен номер.

Като използват цюрихската номерация на 11-годишните цикли и средногодишните относителни числа на Wolf за слънчевите петна след 1700 г., Гневышев и Оль [4] установяват, че 22-годишният цикъл на слънчевата активност започва с 11-годишен цикъл, който има четен номер. Те смятат, че четният и нечетният 11-годишни цикли, които съставят 22-годишния цикъл, образуват едно цяло и че между тях съществува някаква физическа връзка, която засега е неизвестна. Това заключение се потвърждава и от изследванията на Чистяков [5] и Бонов [6].

В настоящата работа ние установяваме една нова зависимост между основните елементи на 22-годишния цикъл, която още веднаж потвърждава, че четният и нечетният 11-годишни цикли образуват едно цяло — 22-годишния цикъл на слънчевата активност. Подобна зависимост не съществува, ако 22-годишните цикли започват с нечетен 11-годишен цикъл.

Таблица 1

22-годишен цикъл	T_{2n+1}	R^{M}_{2n+2}	22-годишен цикъл	T_{2n}	R^{M}_{2n+1}
—3, —2	11,5	122	—4, —3	14,0	63
—1, 0	11,0	83	—2, —1	10,5	111
1, 2	11,3	106	0, 1	10,2	86
3, 4	9,2	132	2, 3	9,0	154
5, 6	12,3	46	4, 5	13,6	48
7, 8	10,6	138	6, 7	12,7	71
9, 10	12,5	96	8, 9	9,6	125
11, 12	11,7	64	10, 11	11,2	139
13, 14	12,1	64	12, 13	10,7	85
15, 16	10,0	78	14, 15	11,9	104
17, 18	10,4	152	16, 17	10,2	114
19, 20	10,4	106	18, 19	10,1	190

Като използвахме данните в [7], които допълваме със цюрихските данни за слънчевите петна след 1960 г., ние съставихме табл. 1, в която 22-годишните цикли след 1700 г. са образувани по посочените по-горе два начина. С T_{2n+1} и T_{2n} е означена продължителността съответно на нечетния и на четния 11-годишен цикъл, а R^{M}_{2n+2} и R^{M}_{2n+1} са относителните числа на Wolf в епохата на максимума съответно на четния и на нечетния 11-годишен цикъл. По данните в табл. 1 са построени двете корелационни диаграми на фиг. 1 (за 22-годишните цикли, започващи с нечетен 11-годишен цикъл) и на фиг. 2 (за 22-годишните цикли, започващи с четен 11-годишен цикъл).

От фиг. 1 непосредствено може да се направи заключението, че между T_{2n+1} и R^{M}_{2n+2} съществува слаба връзка, която изразява следната тенденция: колкото по-малка е продължителността на първия (нечетния) 11-годишен цикъл, толкова по-голяма е стойността на относителното число на Wolf в епохата на максимума на следващия след него втори (четен) 11-годишен цикъл.

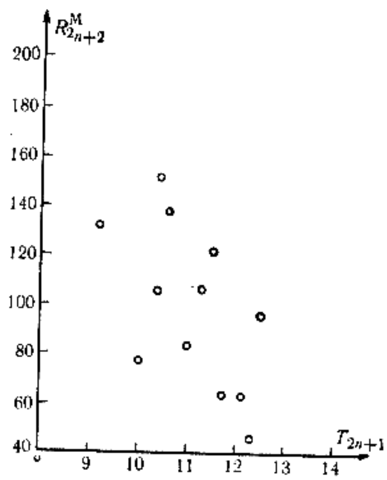
Тъй като броят на наблюденията, с които разполагаме, не е голям ($n=12$), налага се да изследваме тази зависимост по-подробно, като използваме t-критерия на Стюдент [8]. От данните на табл. 1 за коефициента на корелацията между T_{2n+1} и R^{M}_{2n+2} и получаваме

$$r[T_{2n+1}, R^{M}_{2n+2}] = -0{,}591.$$

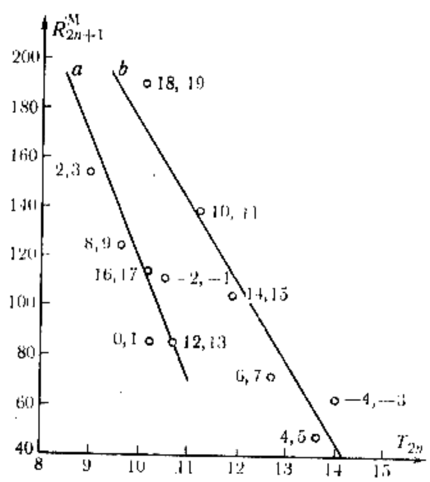
От табл. VIII в [8] при $k=n-2=10$ степени на свобода намираме, че вероятността абсолютната стойност на r да удовлетворява неравенството

$$|r| \geqq 0{,}497$$

е $P=0{,}1$, или $P=10\%$. Тази вероятност не е толкова малка, че да е невъзможно абсолютната стойност на r да удовлетворява горното нера-



Фиг. 1



Фиг. 2

венство поради някаква случайност. Ето защо налага се заключението, че за 22-годишните цикли, започващи с нечетен 11-годишен цикъл, не съществува корелационна връзка между T_{2n+1} и R^{M}_{2n+2}.

За да определим дали между T_{2n+1} и R^{M}_{2n+2} съществува линейна регресия, съгласно [8] постъпваме по следния начин:

Изчисляваме коефициента на регресията

$$\varrho = r\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = -0{,}591 \cdot \frac{31{,}24}{0{,}96} = -19{,}24$$

и величината

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-2}\left[\sum(y-\bar{y})^2 - \varrho^2\sum(x-\bar{x})^2\right]} = 28{,}74.$$

С тези стойности на ϱ и S определяме

$$t_\varrho = \frac{\varrho\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2}}{S} = -2{,}04.$$

От табл. V в [8] при $k=n-2=10$ степени на свобода намираме, че вероятността абсолютната стойност на t_ϱ да удовлетворява неравенството

$$|t_\varrho| \geqq 1{,}5$$

е $P=0{,}165=16{,}5\%$. Тази вероятност не е малка и ние можем да смятаме, че между T_{2n+1} и R^{M}_{2n+2} не съществува линейна регресия.

От фиг. 2 непосредствено може да се направи заключението, че когато 22-годишният цикъл започва с четен 11-годишен цикъл, между T_{2n} и R^{M}_{2n+1} съществува определена връзка: съответните точки на 22-годишните цикли са разположени приблизително по правите a и b в зависимост от това, дали продължителността T_{2n} на четния 11-годишен цикъл е по-малка или по-голяма от 11 години.

По правата a са разположени 22-годишните цикли (—2, —1), (0, 1), (2, 3), (8, 9), (12, 13) и (16, 17), за които продължителността на четния цикъл е по-малка от 11 години. От фигурата в нашата работа [9] непосредствено може да се види, че тези 22-годишни цикли са около максимумите на вековия цикъл (преди и непосредствено след тях).

По правата b са разположени 22-годишните цикли (—4, —3), (4, 5), (6, 7), (10, 11), (14, 15) и (18, 19). С изключение на 22-годишния цикъл (10, 11), който е в епохата на максимума на вековия цикъл през XIX в., останалите 22-годишни цикли са във вековите минимуми. Това непосредствено може да се види от фигурата в [9].

От фиг. 2 се вижда, че 22-годишният цикъл (18, 19) заема особено положение. Тъй като продължителността на 11-годишния цикъл № 18 е 10,1 години, т. е. тя е по-малка от 11 години, би трябвало този 22-годишен цикъл да се разположи по правата a. В действителност той е по-близо до правата b. Това се дължи на изключително високия максимум на 11-годишния цикъл № 19. Относителното число на Wolf в епохата на максимума на този цикъл има стойност 190,2 — най-голямата от всички наблюдавани досега в епохата на максимумите на 11-годишните цикли. Този факт се обяснява с обстоятелството, че максимумът на 11-годишния цикъл № 19 съвпадна с вековия максимум през XX в. При нашите изследвания няма да вземаме пред вид 22-годишния цикъл (18, 19), както обикновено постъпват и други автори с циклите, които правят изключение.

От фиг. 2 непосредствено се вижда, че както за 22-годишните цикли, разположени по правата a, така и за тези, разположени по правата b, между T_{2n} и R^{M}_{2n+1} съществува зависимост, която изразява следното: колкото по-малка е продължителността на четния 11-годишен цикъл, толкова по-голяма е стойността на относителното число на Wolf в епохата на максимума на нечетния 11-годишен цикъл, който следва след четния в 22-годишния цикъл.

Най-напред ще изследваме зависимостта между T_{2n} и R^{M}_{2n+1} за 22-годишните цикли, които са разположени по правата a на фиг. 2.

От данните в табл. 1 за коефициента на корелацията получаваме

$$r[T_{2n},\ R^{M}_{2n+1}]=-0{,}890.$$

Прилагайки t-критерия на Стюдент, от табл. VIII в [8] при $k=n-2=4$ степени на свобода намираме, че вероятността абсолютната стойност на r да удовлетворява неравенството

$$|r|\geqq 0{,}890$$

поради някаква случайност е $P=0{,}02=2\%$. Тази вероятност е малка и ние можем практически да приемем, че е невъзможно получената стойност на r да удовлетворява горното неравенство случайно. Следователно между T_{2n} и R^{M}_{2n+1} има корелационна връзка. В същност между тези величини съществува линейна регресия. От коефициента на регресия

$$\varrho = r\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = -0{,}890 \cdot \frac{23{,}6}{0{,}57} = -36{,}85$$

и величината

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-2}\left[\sum(y-\bar{y})^2 - \varrho^2\sum(x-\bar{x})^2\right]} = 13{,}72$$

получаваме

$$t_\varrho = \frac{\varrho\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2}}{S} = -3{,}78.$$

От табл. V в [8] намираме, че вероятността абсолютната стойност на t_ϱ да удовлетворява неравенството

$$|t_\varrho| \geq 3{,}7$$

поради някаква случайност е $P = 0{,}021 = 2{,}1\%$. Тази вероятност е малка и ние можем да направим заключението, че между изследваните величини съществува линейна регресия. Тя се представя добре с уравнението

$$R^{\text{M}}_{2n+1} = 474 - 36{,}2\, T_{2n}, \tag{1}$$

гдето свободният член $a = 474 \pm 5{,}4$. С вероятност $P = 95\%$ доверителните граници на коефициента на регресията са

$$-42{,}3 < \varrho < -30{,}1.$$

Регресията (1) дава възможност да се направи със съответна вероятност прогноза за относителното число на Wolf в епохата на максимума на нечетния 11-годишен цикъл, след като стане известна продължителността на четния цикъл и при условие, че тя е $T_{2n} < 11$ години.

Ако означим с T^0_{2n} продължителността на четния 11-годишен цикъл и с R^0_{2n+1} — стойността на R^{M}_{2n+1}, изчислена от (1) за $T_{2n} = T^0_{2n}$, с вероятност $P = 95\%$ при $k = n-2 = 4$ степени на свобода доверителните граници на R^{M}_{2n+1} съгласно [10] се определят от

$$R^0_{2n+1} - 14{,}5\sqrt{1 + \frac{n^2\left(T^0_{2n} - \bar{T}_{2n}\right)^2}{n\sum T^2_{2n} - \left(\sum T_{2n}\right)^2}} < R^{\text{M}}_{2n+1} < R^0_{2n+1} \tag{2}$$

$$+ 14{,}5\sqrt{1 + \frac{n^2\left(T^0_{2n} - \bar{T}_{2n}\right)^2}{n\sum T^2_{2n} - \left(\sum T_{2n}\right)^2}}.$$

Да изследваме сега зависимостта между T_{2n} и R^{M}_{2n+1} за 22-годишните цикли, които са разположени по правата b на фиг. 2. По данните в табл. 1 коефициентът на корелация е

$$r[T_{2n}, R^{\text{M}}_{2n+1}] = -0{,}933.$$

Прилагайки t-критерия на Стюдент, при $k=n-2=3$ степени на свобода от табл. VIII в [8] намираме, че вероятността да се удовлетворява неравенството

$$|r| \geqq 0{,}878$$

поради някаква случайност е $P=0{,}05=5\%$. Тази вероятност не е голяма и ние можем да приемем, че между T_{2n} и R^{M}_{2n+1} съществува корелационна връзка. В същност между тези величини съществува линейна регресия. С коефициента на регресия

$$\varrho = r\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = -0{,}933\,\frac{32{,}6}{1{,}04} = -29{,}2$$

получаваме последователно

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-2}\left[\sum(y-\bar{y})^2 - \varrho^2\sum(x-\bar{x})^2\right]} = 15{,}4$$

и

$$t_\varrho = \frac{\varrho\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2}}{S} = -4{,}4.$$

При $k=n-2=3$ от табл. V в [8] намираме, че вероятността да се удовлетворява неравенството $|t_\varrho| \geqq 4{,}2$ поради някаква случайност е $P=0{,}025=2{,}5\%$. Тази вероятност е малка и ние можем да направим заключението, че между разглежданите величини съществува линейна регресия. Тя се представя добре с уравнението

$$R^{\text{M}}_{2n+1} = 456 - 29{,}2\,T_{2n}, \tag{3}$$

гдето свободният член $a=456\pm 4$. С вероятност $P=95\%$ при $k=n-2=3$ степени на свобода доверителните граници на коефициента на регресията са

$$-31{,}8 < \varrho < -26{,}6.$$

Регресията (3) дава възможност да се направи прогноза, със съответна вероятност за относителното число на Wolf в епохата на максимума на нечетния 11-годишен цикъл, след като стане известна продължителността на четния 11-годишен цикъл в 22-годишния цикъл и при условие, че тя е по-голяма от 11 години.

Ако означим с T^0_{2n} подължителността на четния 11-годишен цикъл и с R^0_{2n+1} — стойността на R^{M}_{2n+1}, изчислена от (3) за $T_{2n}=T^0_{2n}$, с вероятност $P=95\%$ при $k=n-2=3$ доверителните граници на R^{M}_{2n+1} съгласно [10] се определят от

$$R^0_{2n+1} - 10{,}1\sqrt{1+\frac{n^2\left(T^0_{2n}-T_{2n}\right)^2}{n\sum T^2_{2n}-\left(\sum T_{2n}\right)^2}} < R^{\text{M}}_{2n+1} < R^0_{2n+1} + 10{,}1\sqrt{1+\frac{n^2\left(T^0_{2n}-\bar{T}_{2n}\right)^2}{n\sum T^2_{2n}-\left(\sum T_{2n}\right)^2}}. \tag{4}$$

След като стане известна продължителността на текущия 11-годишен цикъл № 20, посредством регресията (1) или (3) ще може да се направи прогноза за относителното число на Wolf в епохата на максимума на 11-годишния цикъл № 21.

ЛИТЕРАТУРА

1. Turner, H. Month. Not., **85**, 1925.
2. Ludendorf, H. Z. für Astroph., **2** (1931), No. 5.
3. Hale, G. E., S. Nicholson, Astroph. J., **62**, 1925.
4. Гневышев, М. Н., А. И. Оль, Астр. журн., **25** (1948), № 1.
5. Чистяков, В. Ф., Бюлл. ВАГО, № 25, 1959.
6. Бонов, А. Д. Год. Соф. унив., Физ. фак., **59** (1964/1965).
7. Waldmeier, M. The Sunspot-Activity in the Years 1610—1960. Zürich, 1961.
8. Романовский, В. И. Применения математической статистики в опытном деле. М., 1947.
9. Бонов, А. Д., Солнечные данные, № 3, 1964.
10. Смирнов, Н. В., И. В. Дунин-Барковский. Краткий курс математической статистики для технических приложений. М., 1959.

Постъпила на 6 декември 1970 г.

ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ОСНОВНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ 22-ЛЕТНЕГО ЦИКЛА СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ

А. Бонов

(Резюме)

На основе цюрихской номерации 11-летних циклов солнечной активности возможно их группирование в 22-летние циклы двумя способами: 1) четный + нечетный и 2) нечетный + четный.

Для 22-летних циклов, начинающихся с четного 11-летнего цикла, устанавливаем зависимость между продолжительностью T_{2n} четного цикла и относительным числом R^{M}_{2n+1} Wolf-а в эпохе максимума нечетного 11-летнего цикла: чем меньше T_{2n}, тем больше R^{M}_{2n+1}. Эта зависимость выражается двумя уравнениями регрессии (1) и (3) в зависимости от $T_{2n} < 11$ лет или $T_{2n} > 11$ лет.

Для определенного значения T_{2n} (по наблюдениям), определены с вероятностью $P = 95\%$ доверительные границы R^{M}_{2n+1}.

Подобных регрессий не существует для 22-летних циклов, начинающихся нечетным 11-летним циклом солнечной активности.

UNE RELATION ENTRE LES ÉLÉMENTS FONDAMENTAUX DU CYCLE DE 22 ANS DE L'ACTIVITÉ SOLAIRE

A. Bonov

(Résumé)

Partant de la numération de Zurich des cycles de 11 ans de l'activité solaire, ceux-ci peuvent être groupés en cycles de 22 ans de deux manières: 1) pair + impair et 2) impair + pair.

Pour les cycles de 22 ans qui commencent par un cycle de 11 ans pair, nous avons constaté une relation entre la durée (T_{2n}) du cycle de 11 ans pair et le nombre relatif de Wolf (R^{M}_{2n+1}) à l'époque du maximum du cycle de 11 ans impair: Plus la valeur de T_{2n} est petite, celle de R^{M}_{2n+1} est d'autant plus grande. Cette relation s'exprime par deux équations de régression (1) et (3), selon que $T_{2n} < 11$ années ou que $T_{2n} > 11$ années.

Pour certaine valeur de T_{2n} (d'observations) on a déterminé, avec une probabilité $P=95\%$, les limftes fiables de R^{M}_{2n+1}.

De semblables régressions n'existent pas pour les cycles de 22 ans qui commencent par un cycle de 11 ans impair de l'activité solaire.