

О зависимости высоты протуберанцев от цикла солнечной активности и гелиографической широты

Владимир Дерменджиев

Высота протуберанцев меняется в широком интервале. Распределение высоты всех классов протуберанцев показывает четко выраженный максимум около 27 000—30 000 km [1—3]. Вопрос о зависимости высоты от гелиографической широты и цикла солнечной активности до сих пор дискутируется.

Сант и др. [4] по наблюдательному материалу для циклов № 16, 17, 18 установили, что высота протуберанцев зависит от фазы 11-летнего цикла. Они установили также, что в годы максимума 11-летнего цикла высота протуберанцев почти не изменяется с гелиографической широтой, а в годы минимума высота больше на меньших гелиографических широтах.

Обашев [3] считает, что с фазой цикла солнечной активности, по-видимому, меняется только общее число протуберанцев, а их распределение по высоте остается постоянным.

Эти заключения были сделаны на основе полученных таблиц распределения или гистограмм без применения статистических методов проверки.

Распределение высоты протуберанцев по наблюдениям, сделанным в Кодайканал для периода 1923—1933 гг., было исследовано Ananthakrishnan [2]. Он показал, что на гелиографических широтах ниже 20° и выше 60° высота протуберанцев в течение 11-летнего цикла практически не изменяется, тогда как в высокоширотной (60° — 90°) и низкоширотной (0° — 20°) зонах высота больше вблизи эпохи максимума 11-летнего цикла.

Цель настоящей работы — исследовать закон распределения высоты протуберанцев и зависимость этого закона от цикла солнечной активности и гелиографической широты при помощи статистических методов. Используем наблюдательный материал, опубликованный в [6], в период 1945—1965 гг. Это преимущественно спокойные протуберанцы.

Пусть элементы x_1, x_2, \dots, x_m одной выборки с объемом m , извлеченной из генеральной совокупности с непрерывной функцией распределения, расположены в возрастающем порядке $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(m)}$, где $x_{(i)}$ — элемент выборки i -го порядка. Тогда могут быть построены двухсторонние непараметрические доверительные интервалы для медианы генеральной совокупности. Доверительные интервалы определяются при помощи наибольших целых значений величины A [5], которые удовлетворяют не-

равенство $B(n, A, 1/2) = 1/2^n \sum_{j=0}^A n! / j!(n-j)! \leq Q$, где $Q = 0,005, 0,01, 0,025,$

$0,05, 0,10$. Эти величины позволяют с уверенностью $(1-2Q)$. 100% утверждать, что медиана генеральной совокупности заключена между A -м и $(n-A+1)$ -м элементами выборки. Если взять вторую выборку $y_{(1)}, y_{(2)}, \dots, y_{(l)}$, то перекрытие двух доверительных интервалов $[x_{(A)}, x_{(A-m+1)}]$ и $[y_{(A)}, y_{(A-l+1)}]$ определяет область принятия гипотезы — обе выборки извлечены из одной и той же генеральной совокупности.

Обозначим через $\{h\}^k$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) высоту протуберанцев по годам. Индекс k обозначает год, в течение которого рассматривается распределение величины $\{h\}$. Эти распределения непрерывны, так как высота протуберанцев может принимать произвольное значение в данном интервале.

Если распределения случайной величины $\{h\}^k$ не отличаются значительно, то выборки будут принадлежать одной и той же генеральной совокупности, и тогда изменения высоты протуберанцев с временем могут рассматриваться как случайные.

Эмпирические распределения приведены в табл. 1, где h — высота протуберанцев в тысячах километров, n_N и n_S — число протуберанцев соответственно для северной N и южной S полусферы Солнца. Выборочные плотности распределения приведены на рис. 1 и 2 вместе с соответствующими нормальными распределениями. Проверка по критерию χ^2 показывает, что $\{h\}^k$ с вероятностью $P > 0,99$ не распределены по нормальному закону. На рисунках 3 и 4 показаны плотности распределения трансформированных величин $\lg \{h\}^k$. Проверка при помощи критерия χ^2 показывает, что с вероятностью $P > 0,98$ не существует согласованности между теоретическими и выборочными частотами.

В таблицах 2 и 3 приведены стоимости $Q, i(Me), Me$ в тысячах километров высоты, доверительные интервалы $(A, A-n_i+1)$, так же как и высоты $[h(A), h(A-n_i+1)]$ в доверительных интервалах для выборочных распределений, соответственно для северной и южной полусферы Солнца.

Из таблиц 2 и 3 следует, что для $Q = 0,005$ самое большое изменение высоты находится в эпохе минимума 11-летнего цикла. Двухсторонние непараметрические доверительные интервалы медианы Me перекрываются частично или совпадают для всех значений Q , если сравнить 3—4 последовательных лет. Следовательно, закон распределения высоты протуберанцев не зависит от времени для интервала в 3—4 года.

На рисунках 5 и 6 показана зависимость медианы Me от времени вместе с двухсторонними непараметрическими доверительными интервалами для $Q = 0,10$ (уверенность 80%), соответственно для северной и южной полусфер Солнца. На этих рисунках видно, что медиана Me не показывает 11-летнюю цикличность, а тенденцию к 22-годовым изменениям. Большая разница в доверительных интервалах для южной полусферы

Таблица 1

№ интервала	h	1945		1946		1947		1948		1949		1950		1951	
		n _N	n _S	n _N	n _S	n _N	n _S	n _N	n _S	n _N	n _S	n _N	n _S	n _N	n _S
1	до 10	0	0	6	1	8	8	7	9	11	8	7	5	5	3
2	11—20	7	14	43	27	71	67	65	49	92	68	77	41	71	27
3	21—30	6	13	44	29	47	40	51	57	60	57	49	41	28	24
4	31—40	16	26	39	40	55	31	45	63	51	40	37	28	30	14
5	41—50	8	12	19	17	23	21	10	20	18	13	13	11	5	14
6	51—60	2	4	8	4	4	6	12	11	20	5	8	4	5	3
7	61—70	0	5	7	3	7	6	6	9	3	5	7	5	6	7
8	71—80	0	3	1	8	3	3	1	4	3	1	4	1	1	2
9	81—90	3	2	3	5	4	8	2	3	5	2	4	3	2	1
10	91—100	0	0	2	1	3	3	2	1	1	1	0	0	0	0
11	101—110	1	0	1	0	2	0	0	1	2	0	0	0	0	0

№ интервала	1952		1953		1954		1955		1956		1957		1958		1959	
	n _N	n _S	n _N	n _S	n _N	n _S	n _N	n _S	n _N	n _S	n _N	n _S	n _N	n _S	n _N	n _S
1	4	3	1	0	0	0	1	6	29	20	14	14	33	19	30	13
2	36	15	13	10	7	4	61	32	91	97	88	88	89	74	86	84
3	46	16	16	12	20	9	36	29	47	36	48	29	53	41	41	31
4	15	25	6	2	3	5	25	10	44	30	37	29	41	32	34	37
5	5	3	3	0	6	3	22	17	36	27	34	17	35	17	18	27
6	3	1	1	0	1	0	5	6	8	9	5	3	11	4	2	9
7	0	1	0	0	0	1	8	3	11	12	9	7	5	5	5	6
8	0	2	0	1	0	0	2	1	6	2	0	0	6	1	0	1
9	0	0	0	0	0	0	2	2	6	3	0	2	5	7	2	6
10	1	2	0	0	0	0	0	1	3	0	0	1	1	1	1	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	1	0	2	0	0	0

№ интервала	1960		1961		1962		1963		1964		1965	
	n _N	n _S	n _N	n _S	n _N	n _S	n _N	n _S	n _N	n _S	n _N	n _S
1	21	21	12	9	6	6	7	2	6	0	5	4
2	97	70	58	43	42	15	26	11	24	4	21	3
3	39	42	18	30	18	9	21	7	28	1	18	5
4	29	27	18	21	19	7	16	0	23	6	19	6
5	20	10	21	13	15	5	13	5	13	3	14	3
6	5	5	2	2	1	2	3	0	4	0	10	0
7	7	3	0	0	1	1	2	1	2	0	5	0
8	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	4	0
9	1	0	3	3	1	0	1	0	1	0	4	1
10	0	2	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0

в цикле № 19 появляется вследствие небольшого числа протуберанцев в минимуме цикла.

Рассматриваемый наблюдательный материал включает 21 год. Исследование высоты протуберанцев в течение большего интервала времени позволило бы уточнить эту зависимость.

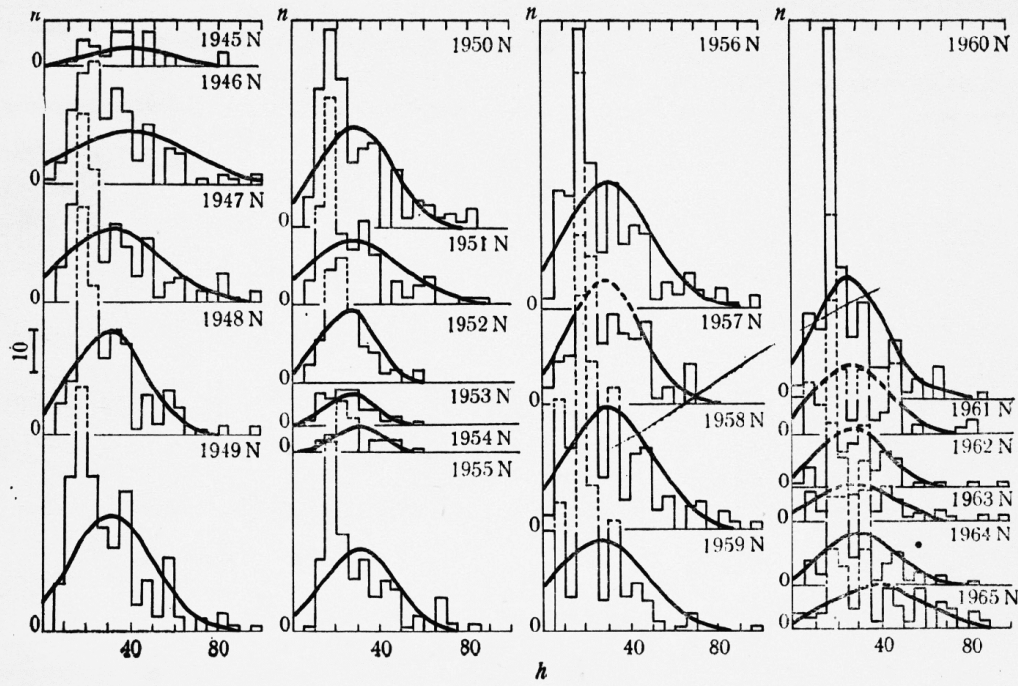


Рис. 1

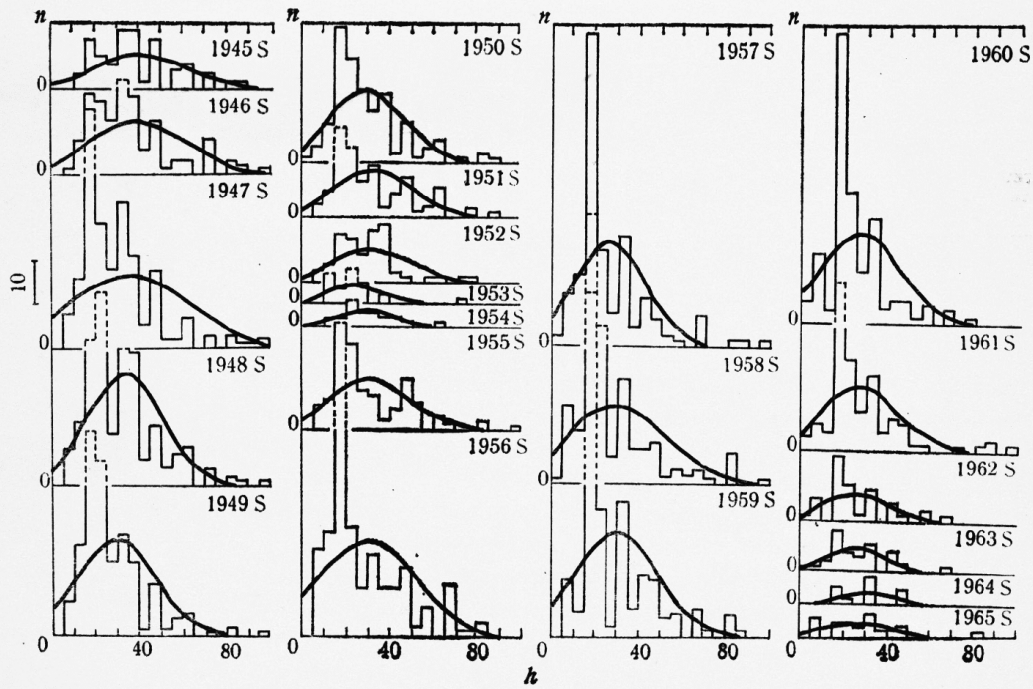


Рис. 2

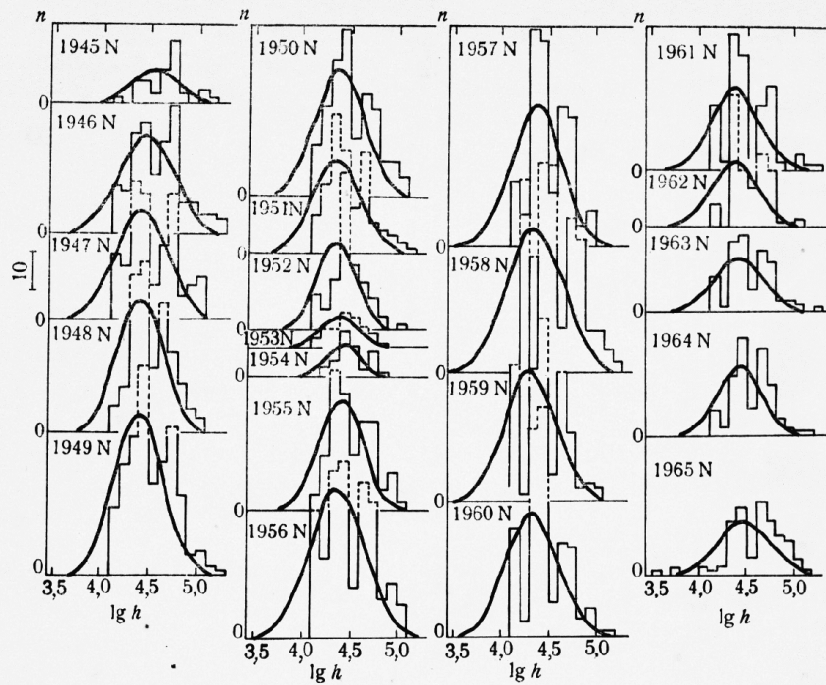


Рис. 3

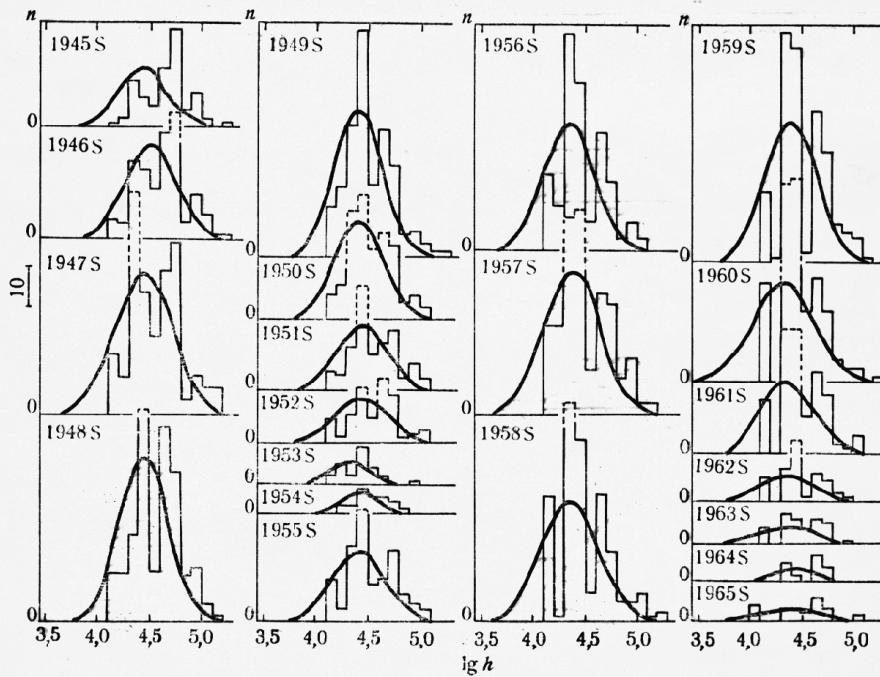


Рис. 4

Информация о зависимости высоты протуберанцев h от гелиографической широты B можно получить, если исследовать связь между этими двумя величинами. Объективный анализ этой связи должен основываться на статистических методах.

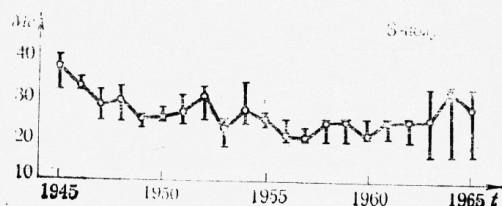


Рис. 5

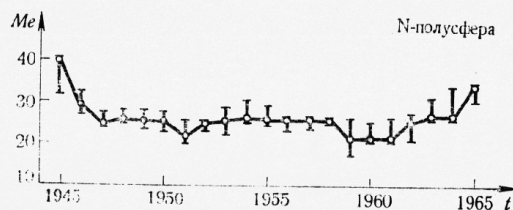


Рис. 6

Качественную оценку зависимости $h(B)$ можно получить, исследуя коэффициент b линейной регрессии с одной независимой переменной

$$b = \frac{\sum_{i=1}^N (B_i - \bar{B}) \cdot (h_i - \bar{h})}{\sum_{i=1}^N (B_i - \bar{B})^2},$$

построенный по наблюдениям протуберанцев в определенном интервале времени t , например, один год. Здесь $\bar{h} = \sum_{i=1}^N h_i / N$ — средняя высота, $\bar{B} =$

$\sum_{i=1}^N B_i / N$ — средняя гелиографическая широта. Если для большого интервала времени T , например, для 11-летнего цикла, построим линейные регрессии по наблюдениям в интервале t и проследим изменения коэффициента b для интервала T , получим информацию о изменении зависимости $h(B)$ с временем, т. е. с циклом солнечной активности.

На рисунке 7 показана зависимость коэффициента b от времени, вместе с 95%-ми доверительными интервалами. Видно, что положительные значения коэффициента b больше, чем отрицательные. Это показывает, что высота протуберанцев больше на высоких гелиографических широтах. В годы максимума 11-летнего цикла (на рис. 7, сверху, показаны средние за год числа Вольфа для этого же интервала времени) $b > 0$, т. е. высота зависит от гелиографической широты. Эти результаты не согласуются с результатами, полученными в [4]. Видно также, что b не показывает 11-летнюю цикличность.

Таблица 2
N-полюсфера

Год	Показатель	Для Q					Me	Me, высота	Число протуберанцев
		0,005	0,01	0,025	0,05	0,10			
1945	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(12, 32) 27-46	(13, 31) 29-49	(14, 30) 32-46	(15, 29) 32-40	(16, 28) 32-40	$i=22$	40	43
1946	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(72, 110) 24-32	(73, 109) 24-32	(76, 106) 24-32	(78, 104) 24-32	(80, 102) 27-32	$i=91$	29	181
1947	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(78, 118) 21-32	(80, 116) 21-32	(83, 113) 21-29	(85, 111) 24-29	(87, 109) 24-27	$i=98$	24	195
1948	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(81, 121) 22-29	(83, 119) 23-29	(85, 117) 24-29	(87, 115) 25-28	(90, 112) 25-27	$i=101$	25	201
1949	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(112, 155) 22-29	(114, 153) 22-28	(117, 150) 23-28	(120, 147) 23-28	(123, 144) 23-27	$i=134$	25	267
1950	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(84, 123) 20-28	(86, 121) 22-26	(88, 119) 22-25	(90, 117) 22-25	(93, 114) 23-25	$i=103,5$	25	206
1951	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(60, 96) 16-27	(62, 94) 16-26	(64, 92) 16-25	(66, 90) 20-25	(68, 88) 20-25	$i=78$	21	155
1952	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(40, 70) 21-26	(42, 69) 22-25	(44, 67) 22-25	(45, 66) 22-25	(47, 64) 23-25	$i=55,5$	25	110
1953	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(11, 30) 18-30	(12, 29) 18-30	(13, 28) 18-30	(14, 27) 20-28	(15, 26) 22-28	$i=20,5$	25	40
1954	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(10, 28) 24-37	(10, 28) 24-37	(12, 26) 25-30	(13, 25) 25-30	(14, 24) 25-30	$i=19$	25	37
1955	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(64, 99) 21-31	(65, 98) 21-30	(68, 95) 23-30	(70, 93) 24-30	(72, 91) 24-28	$i=81,5$	25	162
1956	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(117, 165) 20-30	(120, 162) 20-28	(123, 159) 21-28	(125, 157) 21-26	(128, 154) 23-25	$i=141$	25	281
1957	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(98, 140) 20-26	(100, 138) 20-26	(103, 135) 21-25	(105, 133) 21-25	(108, 130) 23-25	$i=119$	25	237

1958	$\frac{(A, n-A+1)}{h(A)-h(n-A+1)}$	(118, 165) 20-26	(121, 162) 20-25	(124, 159) 21-25	(126, 157) 25-25	(129, 154) 25-25	$i=141,5$	25	282
1959	$\frac{(A, n-A+1)}{h(A)-h(n-A+1)}$	(91, 132) 16-25	(93, 130) 16-25	(95, 128) 16-25	(98, 125) 16-25	(100, 123) 16-25	$i=111,5$	20	222
1960	$\frac{(A, n-A+1)}{h(A)-h(n-A+1)}$	(90, 132) 20-25	(92, 130) 20-24	(94, 128) 20-24	(97, 125) 20-24	(99, 123) 20-24	$i=111$	20	221
1961	$\frac{(A, n-A+1)}{h(A)-h(n-A+1)}$	(50, 84) 16-25	(52, 82) 18-25	(54, 80) 18-25	(56, 78) 20-25	(58, 76) 20-25	$i=67$	20	133
1962	$\frac{(A, n-A+1)}{h(A)-h(n-A+1)}$	(38, 67) 16-32	(39, 66) 16-30	(41, 64) 18-30	(43, 62) 20-26	(45, 60) 20-26	$i=52,5$	25	104
1963	$\frac{(A, n-A+1)}{h(A)-h(n-A+1)}$	(33, 60) 20-33	(34, 59) 23-33	(36, 57) 25-32	(37, 56) 25-32	(39, 54) 25-30	$i=46,5$	25	92
1964	$\frac{(A, n-A+1)}{h(A)-h(n-A+1)}$	(37, 66) 25-33	(38, 65) 25-33	(40, 63) 25-33	(42, 61) 25-33	(44, 59) 25-33	$i=51,5$	25,5	102
1965	$\frac{(A, n-A+1)}{h(A)-h(n-A+1)}$	(36, 66) 25-41	(37, 65) 25-41	(39, 63) 25-36	(41, 61) 26-33	(43, 59) 30-33	$i=50$	33	101

Зависимость высоты протуберанцев от гелиографической широты можно получить, если исследовать функцию распределения высоты для разных гелиографических широт. Для этого мы используем следующий метод.

Рассмотрим высоту протуберанцев $\{h\}^k$, $k=1, 2, \dots, 6$, в десятиградусных зонах по гелиографической широте как выборки случайной величины с непрерывной функцией распределения. Здесь k обозначает номер зоны, к которой относится распределение величины h . Эти распределения непрерывны, так как высота протуберанцев может принимать произвольные значения в данном интервале.

Если распределения случайной величины $\{h\}^k$ не отличаются значительно, то выборки будут принадлежать одной и той же генеральной совокупности и тогда изменения высоты протуберанцев с гелиографической широтой могут рассматриваться как случайные. Это можно проверить, если построить по этим выборкам двухсторонние непараметрические доверительные интервалы для медианы генеральной совокупности. Они определяются при помощи значения величины A [5], которая позволяет с уверенностью $(1-2Q) 100\%$, (где $Q=0,01, 0,025, 0,05, 0,10$), утверждать, что медиана генеральной совокупности заключена между A -м и $(n-A+1)$ -м элементами выборки.

Выборочные распределения в десятиградусных зонах, от 0° до 60° , для циклов № 18 и 19, соответственно для северной и южной полусферы, показаны на рис. 8.

Двухсторонние непараметрические доверительные интервалы медианы Me перекрываются частично или совпадают для всех значений Q , если рассматривать отдельно высоту в зонах солнечных пятен и высокоши-

Таблица 3
S-по лусфера

Год	Показатель	Для Q					Me	Me, высота	Число прогубераций
		0,005	0,01	0,025	0,05	0,10			
1945	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(28, 52) 32-40	(29, 51) 32-40	(30, 50) 32-40	(32, 48) 32-40	(33, 47) 32-40	$i=40$	37	79
1946	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(53, 85) 29-40	(54, 84) 29-40	(56, 82) 29-37	(58, 80) 32-37	(60, 78) 32-35	$i=69$	32	137
1947	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(97, 138) 24-32	(99, 136) 24-32	(102, 133) 24-32	(104, 131) 24-32	(107, 128) 24-32	$i=117,5$	28	234
1948	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(94, 134) 25-33	(96, 132) 25-33	(98, 130) 25-33	(101, 127) 25-33	(103, 125) 25-33	$i=114$	29	227
1949	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(82, 121) 22-28	(84, 119) 22-26	(86, 117) 22-26	(88, 115) 23-23	(91, 112) 23-25	$i=101,5$	25	202
1950	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(54, 86) 23-29	(55, 85) 23-29	(57, 83) 25-29	(59, 81) 25-29	(61, 79) 25-28	$i=70$	25	139
1951	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(34, 62) 22-33	(36, 60) 23-33	(37, 59) 23-33	(39, 57) 24-33	(41, 55) 24-31	$i=48$	26	95
1952	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(22, 47) 23-36	(23, 46) 23-33	(25, 44) 24-33	(26, 43) 25-33	(28, 41) 25-33	$i=34,5$	31	68
1953	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(5, 21) 15-30	(6, 20) 15-30	(7, 19) 15-27	(7, 19) 15-27	(8, 18) 18-25	$i=13$	22	25
1954	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(4, 19) 18-42	(5, 18) 22-37	(5, 18) 22-37	(6, 17) 22-37	(7, 16) 24-34	$i=11,5$	27,5	22
1955	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(40, 68) 21-33	(41, 67) 21-30	(43, 65) 21-28	(44, 64) 24-28	(46, 62) 24-26	$i=54$	25	107
1956	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(99, 142) 20-25	(101, 140) 20-25	(104, 137) 20-25	(106, 135) 20-25	(109, 132) 20-25	$i=120,5$	21	240
1957	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(76, 115) 16-25	(78, 113) 16-25	(81, 110) 20-25	(83, 108) 18-25	(85, 106) 20-23	$i=95,5$	20	190

1958	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(83, 122) 18-25	(85, 120) 20-25	(87, 118) 20-25	(89, 116) 20-25	(92, 113) 20-25	$i=102,5$	25	204
1959	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(88, 128) 20-30	(90, 126) 20-25	(92, 124) 20-25	(94, 122) 20-25	(96, 120) 20-25	$i=108$	25	215
1960	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(73, 110) 20-25	(74, 109) 20-25	(77, 106) 20-25	(79, 104) 20-25	(81, 102) 20-25	$i=91,5$	20.5	182
1961	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(46, 78) 20-26	(47, 77) 20-26	(49, 75) 20-26	(51, 73) 20-25	(53, 71) 21-25	$i=62$	25	123
1962	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(13, 33) 16-33	(14, 32) 16-33	(15, 31) 20-33	(16, 30) 20-28	(17, 29) 20-25	$i=23$	25	45
1963	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(8, 25) 16-33	(8, 25) 16-33	(9, 24) 16-33	(10, 23) 16-33	(11, 22) 16-33	$i=16,5$	25	32
1964	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(1, 14) 16-49	(2, 13) 16-49	(2, 13) 16-49	(3, 12) 16-49	(4, 11) 16-33	$i=7,5$	33	14
1965	$(A, n-A+1)$ $h(A)-h(n-A+1)$	(4, 19) 8-41	(5, 18) 16-39	(5, 18) 16-39	(6, 17) 16-35	(7, 16) 16-33	$i=11,5$	28	22

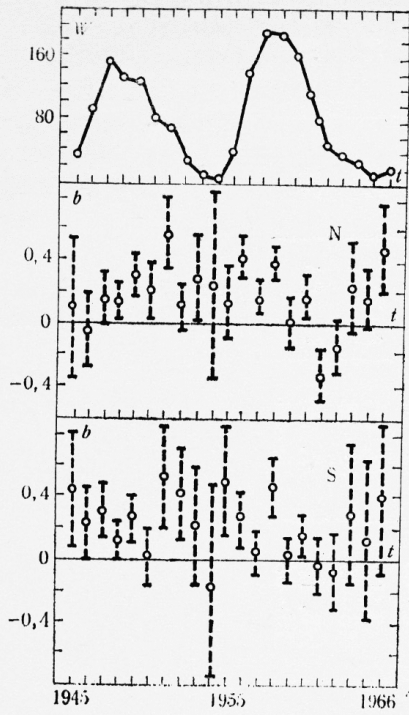


Рис. 7

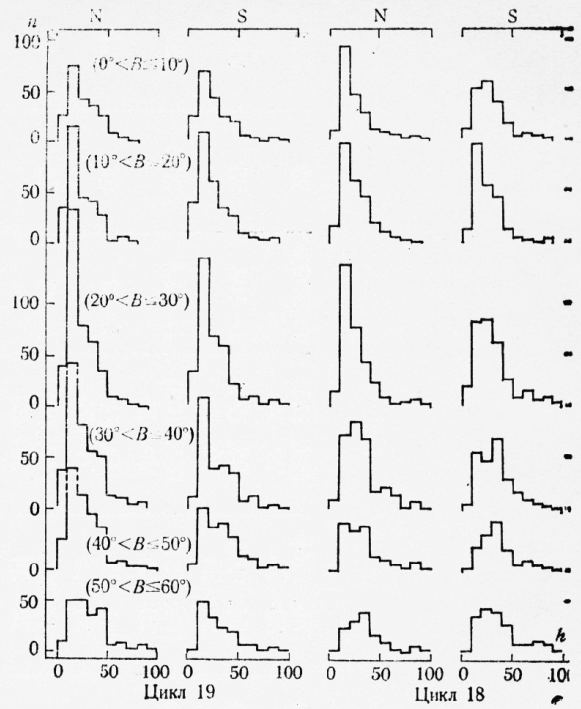


Рис. 8

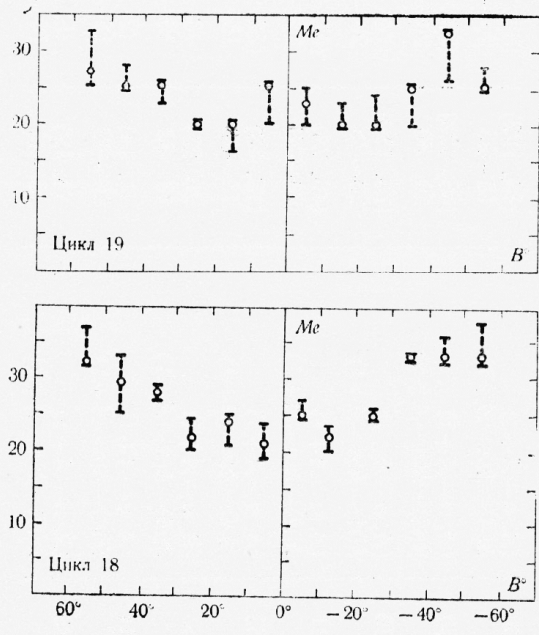


Рис. 9

ротных зонах. На рисунке 9 показана зависимость медианы Me (в тысячах километров высоты) от гелиографической широты, вместе с двухсторонними непараметрическими доверительными интервалами для $Q=0,10$ (уверенность 80%), соответственно для циклов № 18 и 19.

Из рисунка 9 видно, что Me зависит от гелиографической широты, следовательно, функция распределения высоты протуберанцев зависит от гелиографической широты. Видно также, что высота протуберанцев меньше в низкоширотных зонах. Это, по-видимому, связано с существованием в этих зонах сильных локальных магнитных полей.

В заключение автор считает своей приятной обязанностью выразить благодарность А. Бонову и М. Калинкову за советы, а также за внимание, проявленное к данной работе.

Литература

1. Billings, D. E., C. Kober. *Astrophys. J.*, **62**, 1957, 242.
2. Ananthakrishnan, R. *Astrophys. J.*, **133**, 1961, 969.
3. Обашев, С. О. *Изв. КРАО*, **29**, 1963, 118.
4. Santu, A. M., G. Godoli, G. Poletto. *Mem. Soc. Astr. ital. (NS)*, **38**, 1968, 367.
5. Оуэн, Д. Б. Сборник статистических таблиц, ВЦ АН. М., 1966.
6. Cartes synoptiques de la chromosphère solaire et catalogues des filaments et des centres d'activités.

On the Dependence of the Height of Prominences on the Solar Cycle and Heliographic Latitude

V. Dermendjiev

(Summary)

The heights of prominences, published by the Meudon Observatory for the period between 1945 and 1965, have been studied separately for the northern and southern solar hemispheres. It is shown that the time dependence of the medians for 42 samples from the examined period of time does not manifest 11-year cyclic recurrence.

It is found out that the height of prominences depends on heliographic latitude.

The distribution function of heights in 10° -zones in heliographic latitude is examined. The computations show dependence of the distribution of heights on heliographic latitude.

*Сектор астрономии
Болгарской академии наук*

*Поступила 12. XI. 1974 г.
Переработана 13. II. 1976 г.*