

**ЗАВИСИМОСТ МЕЖДУ СПЛЕСНАТОСТТА, МАСАТА И БРОЯ  
НА СПЪТНИЦИТЕ НА ПЛАНЕТИТЕ ОТ СЛЪНЧЕВАТА СИСТЕМА***Никола Бонев и Русчо Русев*

Космогоничните проблеми са много сложни и трудни. Това обяснява големия брой на космогоничните хипотези (а, от друга страна, натрупват се и нови факти). Поради това в тази работа решихме да търсим корелационни зависимости в Слънчевата система като в [1]. Резултатите, които получаваме, дават само указание в каква насока трябва да се търси решението на някои от космогоничните проблеми.

Логично е да се допусне, че все още съществуват закономерности в нашата планетна система, които не са забелязани. Догадката, че трябва да съществува някаква връзка между броя на спътниците на една планета и разстоянието ѝ от Слънцето, е изказал един от героите на Волтер. Той смята, един век преди да бъдат открити спътниците на Марс (Asaph Hall, 1877), че те са действително два.\* Това твърдение е било изказано, разбира се, интуитивно. Ние тук ще покажем, че броят на спътниците на една планета от Слънчевата система е в тясна връзка със сплеснатостта, масата ѝ и разстоянието ѝ от Слънцето.

I. В [1] се търси линейна корелация между сплеснатостта  $\alpha$  на една планета и броя на нейните спътници  $N$ . Полученият в този случай коефициент на корелация е  $r=0,828$ . Много естествено е, от друга страна, да се очаква, че една планета с по-голяма маса трябва да има по-голям брой спътници. Въз основа на това ние счетохме, че може да се предположи съществуването на по-тясна връзка между сплеснатостта и масата на една планета, от една страна, и броя на нейните спътници — от друга.

Да пресметнем тогава коефициента на корелация между произведението от сплеснатостта и масата на една планета  $\alpha M$  (като приемаме масата на Земята за единица) и броя на спътниците ѝ  $N$ . При Меркурий и Венера сплеснатост не съществува или тя е съвсем незначителна, за Земята приемаме сплеснатостта 1:298,3 по елипсоида на Ф. Н. Красовски (1940 г.), за Марс — 1:192, за Юпитер — 1:15,4, за Сатурн — 1:10,44, за Уран — 1:14 и за Нептун — 1:45. Използваме табл. 1 съгласно с

---

\* Oeuvres complètes de Voltaire, т. XXIII, 1822, p. 141 (Micromégas).

методата за изследване на линейна корелационна зависимост при малък брой стойности [1, 4].

Таблица 1

Планета	$N (X)$	$\alpha$	$M$	$\alpha M (Y)$	$X^2$	$Y^2$	$XY$
Меркурий	0	0,00000	0,053	0,00000	0	0,0000000000	0,00000
Венера	0	0,00000	0,815	0,00000	0	0,0000000000	0,00000
Земя	1	0,00335	1,000	0,00335	1	0,0000112225	0,00335
Марс	2	0,00521	0,107	0,00056	4	0,0000003136	0,00112
Юпитер	12	0,06494	318,0000	20,65092	144	426,4604968464	247,81104
Сатурн	9	0,09579	95,220	9,12112	81	83,1948300544	82,09008
Уран	5	0,07143	14,550	1,03931	25	1,0801652761	5,19655
Нептун	2	0,02222*	17,230	0,38285	4	0,1465741225	0,76570
Сума	31			31,19811	259	510,8820778355	335,86784

Ние имаме с  $n=8$

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = 3,87500,$$

$$\bar{X}^2 = 15,0156250000,$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n} = 3,89976,$$

$$\bar{Y}^2 = 15,2081280576,$$

$$v_{20} = \frac{\sum X^2}{n} = 32,3750000000,$$

$$v_{11} = \frac{\sum XY}{n} = 41,98348,$$

$$v_{02} = \frac{\sum Y^2}{n} = 63,8602597294,$$

$$\bar{X}\bar{Y} = 15,11157,$$

$$\sigma_X^2 = v_{20} - \bar{X}^2 = 17,3593750000,$$

$$\sigma_X = 4,16646,$$

$$\sigma_Y^2 = v_{02} - \bar{Y}^2 = 48,6521316718,$$

$$\sigma_Y = 6,97511,$$

$$\mu_{11} = v_{11} - \bar{X}\bar{Y} = 26,87191,$$

$$\sigma_X\sigma_Y = 29,06152.$$

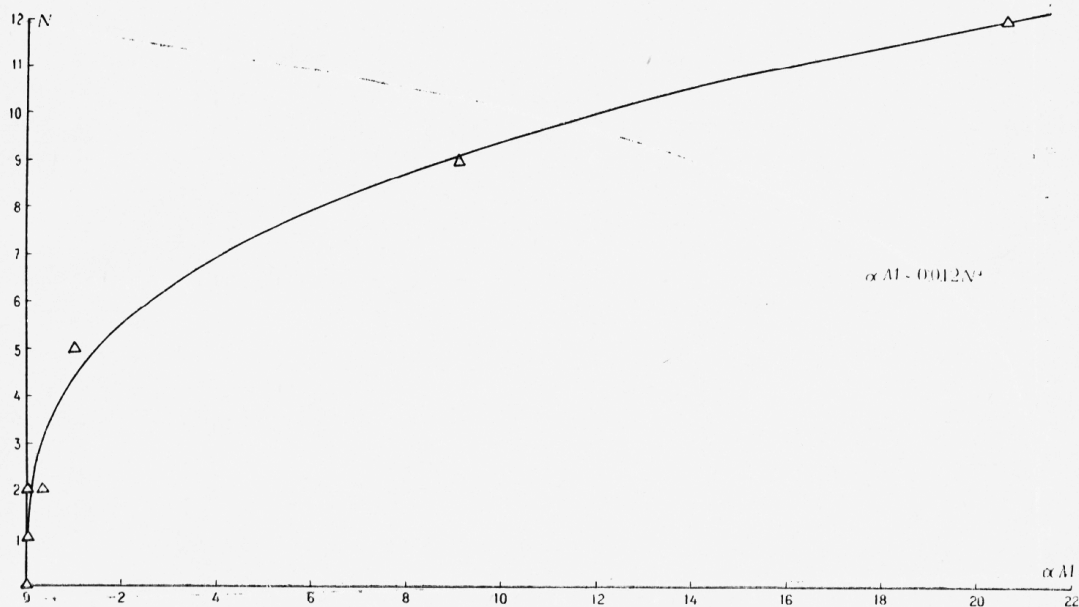
За коефициента на корелация  $r$ , който търсим, получаваме

$$r = \frac{\mu_{11}}{\sigma_X\sigma_Y} = 0,925.$$

Големите коефициенти на корелация (0,828 и особено 0,925) подкрепят ротационната хипотеза за образуването на спътниците: бързата ротация (голямо  $\alpha$ ) води към образуване на повече спътници; от друга страна, една планета с по-голяма маса може да отдели и по-голям брой спътници.

\* В един току-що завършен труд (Sur l'aplatissement de Neptune) Н. Бонев определи по нов начин сплеснатостта на Нептун  $\alpha = 0,02201$ , която почти съвпада с дадената тук 0,02222.

II. Полученият коефициент на корелация ни наведе на мисълта, че между величините  $aM$  и  $N$  е възможно да съществува определена функционална зависимост. Можем да подкрепим това твърдение със следните съображения. Най-близките до Слънцето планети Меркурий



Фиг. 1

и Венера имат сравнително малка маса, в пределите на точността, която дават наблюденията, нямат сплеснатост или тя е съвсем незначителна, и не притежават спътници. По-отдалечените планети — Юпитер, Сатурн и Уран — са с по-голяма маса, със сравнително по-голяма сплеснатост и едновременно с това имат повече спътници.

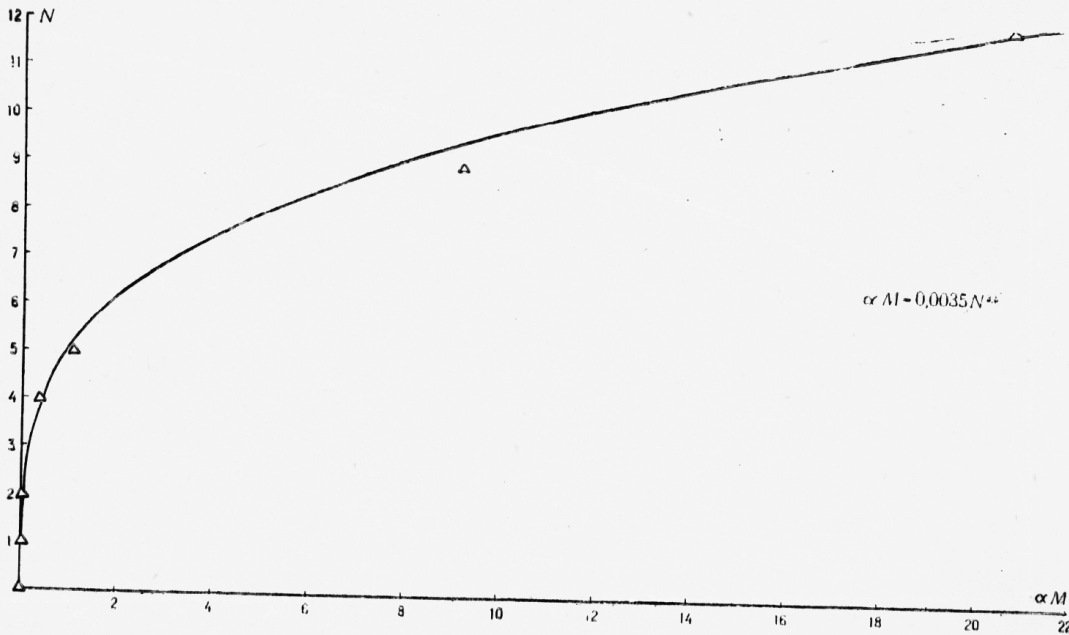
Имайки пред вид тези съображения, ние предположихме, че съществува определена функционална зависимост между  $aM$  и  $N$ . Изхождайки от табл. 1 и критериите за избор на емпирична формула [2], стигнахме до заключението, че търсената формула може да е от вида  $Y = aX^b$ , где  $a$  и  $b$  са две константи. Като работим по метода на средните и вземем при  $N=2$  за  $aM$  средно аритметичното от стойностите за Марс и Нептун, получаваме, че  $b$  има стойност, близка до 3. След това, спазвайки условието средното отклонение на всички дадени точки от получената крива да бъде минимално (при цели стойности на  $N$  и при  $b=3$ ), получихме приблизителната формула

$$(1) \quad aM = 0,012 N^3.$$

На фиг. 1 тази зависимост е дадена графически. С триъгълници са заградени точките, от които е намерена зависимостта. Трябва все пак да отбележим още веднъж, че получената формула дава най-общата тенденция за зависимост между  $aM$  и  $N$ . Дадената на фиг. 1 графика е получена въз основа на табл. 2.

Ако (1) реално изразява връзката между  $\alpha M$  и  $N$ , от нея бихме могли да направим следните заключения:

1. Планетата Нептун трябва да има още един или два неоткрити засега спътници, което впрочем е твърде вероятно.



Фиг. 2

2. Спътниците на Марс, а може би и Луната, са се образували по начин, различен от този, по който са възникнали спътниците на другите планети — Юпитер, Сатурн, Уран и Нептун.

Таблица 2

$N$	$\alpha M = 0,012 N^3$	$\alpha M$
0	0,00000	0,00000 Меркурий, Венера
1	0,01200	0,00335 Земя (?)
2	0,09600	0,00056 Марс (?) 0,38285 Нептун
3	0,32400	
4	0,76800	
5	1,50000	1,03931 Уран
6	2,59200	
7	4,11600	
8	6,14400	
9	8,74800	9,12112 Сатурн
10	12,00000	
11	15,97200	
12	20,73600	20,65092 Юпитер

III. Нека за момент приемем, че спътниците на Нептун са не два, а четири. Като работим по описаната по-горе метода, ще получим следната приблизителна формула:

$$(2) \quad \alpha M = 0,0035 N^{3,5}.$$

В табл. 3 и на фиг. 2 са дадени резултатите, получени по тази формула. При така направеното предположение за спътниците на Нептун величините  $aM$  за всички планети освен Марс, получени по (2), се различават от дадените с максимална грешка до около 17%.

Таблица 3

$N$	$a M = 0,0035 N^{3,5}$	$a M$	Грешка в %
0	0,00000	0,00000 Меркурий, Венера	0
1	0,00350	0,00335 Земя	5
2	0,03960	0,00056 Марс (?)	?
3	0,16368		
4	0,44800	0,38285 Нептун	17
5	0,97828	1,03931 Уран	6
6	1,85181		
7	3,17622		
8	5,06855		
9	7,65450	9,12112 Сатурн	16
10	11,06798		
11	15,45047		
12	20,95088	20,65092 Юпитер	2

За да проверим доколко силна е функционалната връзка между величините  $aM$  и  $M$ , пресметнахме с помощта на табл. 3 корелационното отношение  $\eta_{Y/X}^2$ , въведено от Пирсон [3]. При това не взехме под внимание Нептун, на който броя на спътниците не можем да считаме за окончателно установен. Получихме

$$\sigma_{Y/X}^2 = 0,37436, \sigma_Y^2 = 58,74731;$$

тогава

$$\eta_{Y/X}^2 = 1 - \frac{\sigma_{Y/X}^2}{\sigma_Y^2} = 0,99.$$

Полученото корелационно отношение показва определено, че между  $aM$  и  $N$  съществува функционална зависимост, която добре се описва от (2).

Всичко това ни дава възможност да твърдим с основание, ако изхождаме от тази зависимост, че:

1. Нептун действително трябва да има неоткрити засега спътници (евентуално още два) или той е загубил тези спътници в процеса на еволюцията на Слънчевата система.

2. Спътниците на Марс трябва да са се образували по начин, който се различава от механизма на образуването на спътниците при всички останали планети от Слънчевата система. Това впрочем е господстващото схващане.

IV. Вероятно Меркурий и Венера имат бавно околоосно въртене и нямат спътници поради това, че са се образували близо до Слънцето. Поради същите физически причини, които не са позволили образуването на спътници около тези планети в далечното минало, там трудно биха

могли да бъдат създадени изкуствени спътници. В същото време по-отдалечените от Слънцето планети имат повече спътници. Ясно е тогава, че броят на спътниците на една планета трябва да е във връзка и с разстоянието ѝ от Слънцето.

Таблица 4

Планета	$N(X)$	$aM$	$\lg a$	$aM \lg a (Y)$	$X^2$	$Y^2$	$XY$
Меркурий	0	0,00000	7,76275	0,00000	0	0,0000000000	0,00000
Венера	0	0,00000	8,03427	0,00000	0	0,0000000000	0,00000
Земя	1	0,00335	8,17493	0,02739	1	0,0007502121	0,02739
Марс	2	0,00056	8,35774	0,00468	4	0,0000219024	0,00936
Юпитер	12	20,65092	8,89115	183,61043	144	33712,7900047849	2203,32516
Сатурн	9	9,12112	9,15473	83,50139	81	6972,4821319321	751,51251
Уран	5	1,03931	9,45818	9,82998	25	96,6285068004	49,14990
Нептун	2	0,38285	9,65302	3,69566	4	13,6579028356	7,39132
Сума	31			280,66953	259	40795,5593184675	3011,41564

Нека с помощта на табл. 4 пресметнем линейната корелация между величините  $aM \lg a$  и  $N$ , където  $a$  е голямата полуос на орбитата на една планета в километри.

$$n=8, \quad \bar{X}=3,87500, \quad \bar{Y}=35,08369$$

$$\nu_{20}=32,3750000000, \quad \nu_{02}=5099,4449148084,$$

$$\bar{X}^2=15,0156250000, \quad \bar{Y}^2=1230,8653040161$$

$$\mu_{20}=17,3593750000, \quad \mu_{02}=3868,5796107923,$$

$$\sigma_X=4,16646, \quad \sigma_Y=62,19791,$$

$$\sigma_X \sigma_Y=259,14510,$$

$$\nu_{11}=376,42696,$$

$$\bar{X} \bar{Y}=135,94930,$$

$$\mu_{11}=240,47766.$$

За коефициента на корелация  $r$  получаваме

$$r_{11} = \frac{\mu_{11}}{\sigma_X \sigma_Y} = 0,928.$$

Като работим по описаната вече метода и приемем, че Нептун има четири спътника, получаваме приблизителната формула

$$(3) \quad aM \lg a = 0,027 N^{3,6}.$$

В табл. 5 са дадени резултатите, получени по тази формула, които се различават от дадените стойности за  $\alpha M \lg a$  до 13%.

Таблица 5

$N$	$\alpha M \lg a$ $=0,027N^{3/6}$	$\alpha M \lg a$	Грешка в %
0	0,00000	0,00000 Меркурий, Венера	0
1	0,02700	0,02739 Земя	2
2	0,32739	0,00468 Марс (?)	?
3	1,59829		
4	3,96990	3,69566 Нептун	7
5	8,86451	9,82998 Уран	10
6	17,08868		
7	29,76573		
8	48,13797		
9	73,55916	83,50139 Сатурн	12
10	107,48893		
11	151,48774		
12	207,21256	183,61043 Юпитер	13

Емпиричните формули (1), (2) и (3) можем да разглеждаме не като точни зависимости, а повече като хипотези. Може да се предположи например, че подобни точни зависимости между разглежданите величини са съществували на даден етап от еволюцията на Слънчевата система.

Постъпила на 30. XI. 1965 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Boneff N., Corrélation entre l'aplatissement d'une planète et le nombre de ses satellites, Год. на Соф. у-тет, т. 48, кн. 1, 1953/54.
2. Демидович В. П., И. А. Марон, Э. З. Шувалова, Численные методы анализа, Физматгиз, Москва, 1963.
3. Смирнов Н. В., И. В. Дунин-Барковский, Курс теории вероятностей и математической статистике, Изд. „Наука“, Москва, 1965.
4. Щиголев Б. М., Математическая обработка наблюдений, Физматгиз, Москва, 1962.

## CORRÉLATION ENTRE L'APLATISSEMENT, LA MASSE ET LE NOMBRE DES SATELLITES DES PLANÈTES DU SYSTÈME SOLAIRE

*N. Boneff et R. Roussev*

(Résumé)

Les problèmes cosmogoniques sont compliqués et difficiles. Ceci explique le nombre élevé des hypothèses cosmogoniques (il y a aussi de faits nouveaux). C'est pour cette raison que les auteurs cherchent des corrélations diverses concernant les satellites.

Il s'ensuit que l'hypothèse rotationnelle de l'origine des satellites correspond en général assez bien à la réalité. Quant à l'origine des satellites de Mars, il faut chercher une autre explication.

Il paraît probable, d'autre part, que la planète Neptune possède d'autres satellites actuellement inconnus.