БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ * BULGARIAN ACADEMY OF SCIENCES
ИЗВЕСТИЯ НА СЕКЦИЯТА ПО АСТРОНОМИЯ
BULLETIN OF THE SECTION OF ASTRONOMY
Том (Vol.) IV

НЯКОИ ЕФЕКТИ ПРИ РАЗШИРЯВАЩИ СЕ ПО ХЪБЛ СФЕРИЧНО СИМЕТРИЧНИ КУПОВЕ ОТ ГАЛАКТИКИ ИЛИ ЗВЕЗДИ

М. Калинков и Д. Факиров

Задачата за разширение на групи или купове от космически обекти е поставена твърде отдавна. С помощта на различни методи — астрометрични, астрофизични и статистически — бяха изследвани някои йерархически структури: звездни асоциации, сферични и разсеяни купове от звезди, неголеми групи от галактики, купове от галактики, Метагалактиката.

За пръв път разширяването на звездни конфигурации — звездните асоциации, беше предложено от Амбарцумян [1—3], а по-късно доказано чрез анализ на собствените движения [4—5]. Прилагането на подобна методика не говори в полза на всеобщото разширение на купове от звезди [6], въпреки че съществуват и указания за разширение [7]. Този извод се отнася и за Местната система от галактики [8—10]. Доколкото обаче съществуват схващания [11—13], съгласно които трябва да се приеме развиването на нестационарни процеси и последваща дезинтеграция чрез разширение, трябва да се приеме, че някои неголеми групи от галактики се разширяват [14—21]. Ясно е, че при тези случаи е съвършено невъзможно поне засега да се укаже видът на закона за разширение.

При купове от галактики (I порядък) са проведени няколко изследвания, имащи за цел проверката на хипотези за разширение [22—23], [19]. При купове от II порядък подобна проверка е неоправдана, доколкото още не са представени убедителни доказателства за тяхното съществуване, но въпреки това от отношенията на вириалната маса към светимостта може да се направи еднозначният извод, че в куповете от II порядък и в самата Метагалактика се развиват нестационарни процеси [24—25].

В областта на космологията разширението се възприема като една от малкото на брой фундаментално установени зависимости (ако изключим някои оригинални идеи). Така при зададен закон за разширението могат да се получат съотношения, водещи до твърде важни качествени и количествени особености на Вселената [26—30].

Да споменем също и за откритите неотдавна съгласно идеите на Амбарцумян [14, 17] нестационарности в ядрата на галактиките [31—33], компактните галактики [34—35], а също и при други космически обекти — радиогалактики [36], особено [37] и по всяка вероятност — квазари [38].

От друга страна, твърде много данни от наблюденията показват, че законът за разширението на Хъбл трябва безсъмнено да се разглежда като фундаментален закон. Даже и ако изключим някои не твърде основателни още предположения — за разширението на Земята, за увеличаване на разстоянието Земя — Луна и др. [39—40], то все пак изглежда оправдано следното хипотетично предположение — разширението на някои групи или купове космически тела се извършва по закона на Хъбл.

Идеята, разработена в настоящата работа, произтича именно от това основно предположение и се състои в следното.

Дадена е една конфигурация от космически тела (звезди, галактики, купове от галактики) със зададен първоначален закон за пространствената плътност D, независещ от времето $t<t_0$. В момента t_0 конфигурацията започва да се разширява по закона на Хъбл, но с нова константа h. Търси се новият закон за пространствената плътност $\mathfrak{D}$.

Поради трудността на така поставената задача е необходимо налагането на условието за сферична симетрия — $D(r)$ и $\mathfrak{D}(R)$. От новия закон може да се премине в повърхностна или линейна плътност.

Новият закон за плътността $\mathfrak{D}(R)$ освен необходимите в стария закон параметри ще съдържа и две нови величини — константата на разширението и $\Delta t=t-t_0$, като при линейна екстраполация в миналото характерното време ще бъде h^{-1} — интервалът време, считан от момента на разширението. В най-общия случай h и t трябва да се разглеждат не като параметри, а като функции.

Съществува известна надежда в определянето на h и t, например по следния метод. Ако от наблюдения бъде получен законът за повърхностната плътност при конфигурации (с равни по порядък размери) от един и същи клас, може да се определи новият пространствен закон. Тогава изведените по-долу връзки позволяват намирането на съответния закон $D(r)$. Съвместното разглеждане на връзките предоставя възможност за определянето на h и t, например по метода на най-малките квадрати.

При предположение, че стойността на h (макар и приблизителна) е известна, оценката на t няма да бъде повлияна от съществена грешка. В противен случай величините h и t могат да бъдат получени само по порядък, тъй като предположението (участвуващо неявно по-горе), че началните моменти на разширение при всички конфигурации са равни, не е изпълнено.

При зададен първоначален закон за пространствената плътност (в който трябва да бъде включен и началният радиус на конфигурацията) определянето на h и t се свежда до елементарно преобразуване.

Известно е, че на практика обикновено се определя пространственият закон за плътността, като се излиза от повърхностната плътност.

Съгласно решението на Zeipel [41, 42] имаме

$$D(r)=\frac{1}{\pi}\int_{r}^{R_0}\sqrt{r^2-\varrho^2}\,\frac{d}{d\varrho}\left(\frac{1}{\varrho}\frac{d\sigma(\varrho)}{d\varrho}\right)d\varrho, \tag{1}$$

където R_0 е радиусът на купа, $\sigma(\varrho)$ — повърхностната плътност, ϱ — проекцията на r.

Задачата на Zeipel [41] в [43] е разгледана като права задача. В настоящата работа ние ще използваме решението на обратната задача — от зададен пространствен закон да се намери повърхностният закон. Съгласно [43] имаме

$$(2)\qquad \sigma(\varrho)=2\int\limits_{0}^{+\sqrt{R_0^2-\varrho^2}} D\left(\sqrt{\varrho^2+z^2}\right)dz,$$

където $r^2=z^2+\varrho^2$.

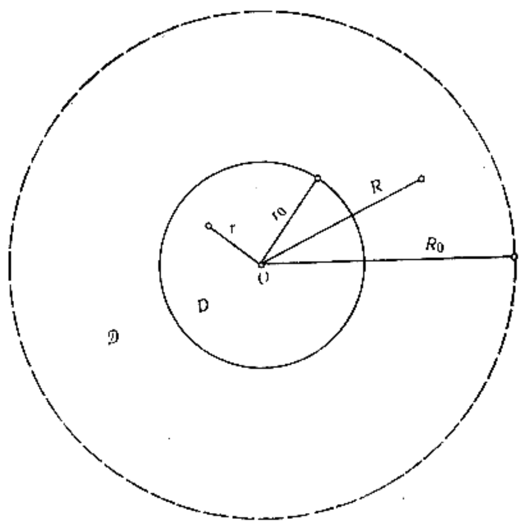
При това очевидно общият брой на обектите $\mathfrak{N}$ в конфигурацията с обем V може да се изрази с помощта на двата закона

$$(3)\qquad \mathfrak{N}=\iiint\limits_V D(\varrho,\ \varphi,\ z)dV=\iint\limits_S \sigma(\varrho,\ \varphi)dS.$$

При определянето на законите за повърхностната плътност ние ще използуваме формула (2).

Същността на настоящата работа се състои в определяне на връзката между $D(r)$ и $\mathfrak{D}(R)$ и намиране на съответните закони за повърхностната плътност при зададени закони $D(r)$.

Коректната формулировка на първата част е следната.



Фиг. 1

Даден е куп със сферична симетрия — сферично изотропен (фиг. 1). При $t<t_0$ имаме граничен радиус на купа r_0 с пространствен закон за плътността

$$(4)\qquad D(r)\begin{cases} >0 \text{ за } 0\le r<r_0\\ =0 \text{ за } r\ge r_0\\ \max D(r)=D(0).\end{cases}$$

В момента $t=t_0$ става взрив, експлозия, по закона на Хъбл

$$(5)\qquad V(R)=hR.$$

За $t>t_0$ имаме нов закон за плътността

$$\mathfrak{D}(R)\begin{cases} >0 \text{ за } 0\leq R<R_0 \\ =0 \text{ за } R\geq R_0 \\ \max\mathfrak{D}(R)=\mathfrak{D}(0). \end{cases} \tag{6}$$

Да установим връзката между $D(r)$ и $\mathfrak{D}(R)$.

От закона

$$V=\frac{dr}{dt}=hr \tag{7}$$

получаваме

$$r=r^*\mathrm{e}^{ht}. \tag{8}$$

Да разгледаме точка A на разстояние r от центъра на купа, която при $t>t_0$ има радиална скорост V. Тя има съответствуваща точка B с радиус вектор $r^*<r$ и радиална скорост V^*. Точката A има и друга съответствуваща точка C с радиус вектор $r_*>r$ и радиална скорост V_*.

$$\begin{array}{ccc} \mathrm{B} & \mathrm{A} & \mathrm{C} \\ r^*=r\,\mathrm{e}^{-ht} & r & r_*=r\,\mathrm{e}^{ht} \\ V^* & V & V_* \end{array} \tag{9}$$

Така на всяка точка от разширяващата се сфера съответствува точка от неразширяващата се сфера, която ѝ е спрегната.

Елементарният обем dV е

$$dV=r^2\sin\theta\, d\theta\, d\varphi\, dr. \tag{10}$$

Имаме също

$$R=r\,\mathrm{e}^{ht}. \tag{11}$$

При фиксирано r при диференциране на (10) получаваме

$$dR=Rhdt, \tag{12}$$

като съответният елементарен обем ще бъде

$$d\mathcal{V}=R^2\sin\theta\, d\theta d\varphi dR, \tag{13}$$

с помощта на $dr=rhdt$ и (10)

$$d\mathcal{V}=dV\,\mathrm{e}^{3ht} \tag{14}$$

или

$$\mathcal{V}=V\,\mathrm{e}^{3ht}. \tag{15}$$

Тъй като тоталната маса на купа не се променя

$$M(t<t_0)=M(t>t_0),$$

получаваме

$$\mathfrak{D}(R=r\,\mathrm{e}^{ht})=D(r)\,\mathrm{e}^{-3ht}. \tag{16}$$

Формулата (16) може да бъде изведена и по друг начин.

Нека елементарният обем dV, определен при $t<t_0$

$$(17) \qquad dV = r^2 d\theta d\varphi dr,$$

съответствува на елементарния обем $d\mathcal{V}$, в момент $t > t_0$, като разширението е по закона (11)

$$(18) \qquad d\mathcal{V} = R^2 d\theta d\varphi dR.$$

Тъй като масите в двата обема dV и $d\mathcal{V}$ трябва да са равни, тяхното отношение се получава лесно:

$$(19) \qquad \frac{dV}{d\mathcal{V}} = \frac{\mathfrak{D}(r\,e^{ht})}{D(r)} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 e^{-ht} = e^{-3ht},$$

което дава (16).

Да приложим връзката (16) за някои пространствени закони за плътността $D(r)$.

Нека първият закон е

$$(20) \qquad D_{\mathrm{I}}(r) = C,$$

т. е. плътността във всички точки на първоначалната конфигурация е постоянна за $t < t_0$. Този закон може да бъде приложен за ядрата на някои галактики или купове от звезди. Законът (20) е тривиален и не е използван за апроксимация на пространствени плътности. С помощта на (16) получаваме

$$(21) \qquad \mathfrak{D}_{\mathrm{I}}(R;\ t) = C\,e^{-3ht},$$

което означава, че една хомогенна конфигурация и след разширението ще остава хомогенна, като $\bar{\varrho} \to 0$ при $t \to +\infty$.

Законът за повърхностната плътност ще бъде

$$(22) \qquad \sigma_{\mathrm{I}}(\varrho;\ t) = 2C\sqrt{R^2 - \varrho^2}\,e^{-3ht}.$$

Законът

$$(23) \qquad D_{\mathrm{II}}(r) = a\,.\,r^{-\varkappa}$$

е предложен от W a l l e n q u i s t [44], който успешно е апроксимирал пространствената плътност в 10 купа от галактики (по преброявания на Zwicky). a и $\varkappa$ са параметри, при това според [44] $\varkappa$ се променя с разстоянието до купа. За новия закон за пространствената плътност имаме

$$(24) \qquad \mathfrak{D}_{\mathrm{II}}(R;\ t) = aR^{-\varkappa}\,e^{-(\varkappa+3)ht},$$

а съответната повърхностна плътност се дава с

$$(25) \qquad \sigma_{\mathrm{II}}(\varrho;\ t) = \frac{2a}{\varrho}\,e^{-(\varkappa+3)ht}\,\ln\left(\frac{R + \sqrt{R^2 - \varrho^2}}{\varrho}\right).$$

Хронологически първите преброявания на звезди в сферичните купове са били сравнение със закона на Шустер

$$(26) \qquad D(r) = r^0\left[1 + \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]^{-5/2},$$

като r° и r_0 се разглеждат като константи [45—47]. Нова обработка принадлежи на K r e i k e n [48—50]. Обобщение на закона на Шустер е направено в [51—53]:

$$(27) \qquad D(r) = D(0)\left[1 + \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]^{-\beta},$$

където $D(0)$, r_0 и β се разглеждат като параметри. Съгласно Велтман законът е много удобен, тъй като повърхностната $p(r)$, линейната $j(r)$ и интегралната плътност $i(r)$ се дават чрез подобни формули:

$$p(r)=p_0\left[1+\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]^{-\left(\beta-\frac{1}{2}\right)},$$

$$j(r)=j_0\left[1+\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]^{-(\beta-1)}, \tag{28}$$

$$i(r)=M\left\{1-\left[1+\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]^{-\left(\beta-\frac{3}{2}\right)}\right\},$$

където p_0 и j_0 са централната повърхностна и линейна плътност, M — общата маса.

Законът (26) дава

$$\mathfrak{D}(R;\ t)=r^0\left(1+\frac{R^2}{r_0^2}\ \mathrm{e}^{-2ht}\right)^{-5/3}\mathrm{e}^{-3ht} \tag{29}$$

и

$$\sigma(\varrho;\ t)=\frac{2r^0\,\mathrm{e}^{-3ht}{r_0}^{10/3}}{\mathrm{e}^{-\frac{10}{3}ht}}\int\limits_0^{\sqrt{R^2-\varrho^2}}\frac{dz}{[\mathrm{e}^{2ht}r_0^2+(\varrho^2+z^2)]^{5/3}}. \tag{30}$$

Численото интегриране на (30) не представлява затруднение.

Обобщението (27) е разгледано в [43]

$$D_{\mathrm{III}}(r)=\frac{a}{(b+r)^{\varkappa}}. \tag{31}$$

Имаме

$$\mathfrak{D}_{\mathrm{III}}(R;\ t)=\frac{a\,\mathrm{e}^{-3ht}}{(b+R\,\mathrm{e}^{-ht})^{\varkappa}}. \tag{32}$$

Друго обобщение на (26) е разгледано в [43]

$$D_{\mathrm{IV}}(r)=\frac{a}{b+r^{\varkappa}}, \tag{33}$$

от което получаваме

$$\mathfrak{D}_{\mathrm{IV}}(R;\ t)=\frac{a\,\mathrm{e}^{-3ht}}{b+R^{\varkappa}\mathrm{e}^{-h\varkappa t}} \tag{34}$$

и съответно

$$\sigma_{\mathrm{IV}}(\varrho;\ t)=2a\,\mathrm{e}^{(\varkappa-3)ht}\int\limits_0^{\sqrt{R^2-\varrho^2}}\frac{dz}{b\,\mathrm{e}^{h\varkappa t}+(\varrho^2+z^2)^{\frac{\varkappa}{2}}}. \tag{35}$$

Последната формула показва, че таблиците, приведени в [43], могат да се използват за численото пресмятане на интеграла (35), но при нови параметри.

От Wallenquist [54] са разгледани модели от типа

(36) $$f(r)=f_0\left(1-\frac{r}{r_0}\right)^{\varkappa},$$

където $f(r)$ може да бъде пространствената или повърхностна плътност.
Ако представим закона (36) във вида

(37) $$D_{\mathrm{V}}(r)=a\left[1+\frac{r}{r_0}\right]^{\varkappa},$$

получаваме

(38) $$\mathfrak{D}_{\mathrm{V}}(R\,;\,t)=a\left[1-\frac{R}{R_0}\right]\mathrm{e}^{-3ht}.$$

Нов закон е предложен от Велтман [55] от вида

(39) $$f(r)=f_0\left\{\left[1+\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\gamma}\right]^{-\frac{\beta}{k}}-\left[1+\left(\frac{R}{r_0}\right)^{\gamma}\right]^{-\beta/k}\right\}^{k},$$

който е гъвкав, тъй като $f(r)$ е пространствената, повърхностна или линейна плътност.

Нека представим (39) във вида

(40) $$D_{\mathrm{VI}}(r)=a\left\{\left[1+\left(\frac{r}{b}\right)^{c}\right]^{-\frac{d}{e}}-\left[1+\left(\frac{r_0}{b}\right)^{c}\right]^{-\frac{d}{e}}\right\}^{f}.$$

Тогава

(41) $$\mathfrak{D}_{\mathrm{VI}}(R;\,t)=a\left\{\left[1+\left(\frac{R}{b}\right)^{c}\mathrm{e}^{-cht}\right]^{-d/c}-\left[1+\left(\frac{R_0}{b}\right)^{c}\mathrm{e}^{-cht}\right]^{-\frac{d}{e}}\right\}^{f}.$$

На практика е бил използуван и законът

(42) $$D_{\mathrm{VII}}(r)=a\,\mathrm{e}^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2},$$

[56], който дава

(43) $$\mathfrak{D}_{\mathrm{VII}}(R;\,t)=a\,\mathrm{e}^{-\left[\left(\frac{R}{R_0}\right)^2+3ht\right]}.$$

Съгласно Мирзоян [57—59] в звездните асоциации е приложим синтетичният закон

(44) $$D_{\mathrm{VIII}}(r)=\mathrm{e}^{-\sqrt{2\ln(r-a)^2-b}}\quad \text{за}\quad r^2>\xi\,\mathrm{e}^{a+b},$$

който дава

(45) $$\mathfrak{D}_{\mathrm{VIII}}(R;\,t)=\mathrm{e}^{-\sqrt{2\ln(R\,\mathrm{e}^{-ht}-a)^2-b-3ht}}.$$

Oort и Herk [60] въз основа на наблюдателен материал на Sandage прилагат закона

(46) $$D_{\mathrm{IX}}(r)=\sum_m a_m\,\mathrm{e}^{-\left(\frac{r}{b_m}\right)^2}$$

— сума от нормални разпределения. В този случай получаваме

$$\mathfrak{D}_{\mathrm{IX}}(R;t)=\left[\sum_{m} a_m \mathrm{e}^{-\left(\frac{R}{b_m}\right)\mathrm{e}^{-2ht}}\right]\mathrm{e}^{-3ht}. \tag{47}$$

Важен закон е използуван и в [61], що се отнася до определяне на пространствената яркост в сферичната галактика NGC 3379

$$D_{\mathrm{X}}(r)=\sum_{l,m} A_{l,m} r^l\left[1+\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]^{-\beta_m}, \tag{48}$$

от който може да се получи

$$\mathfrak{D}(R;t)=\left[\sum_{l,m} A_{l,m}\left(1+\left(\frac{R}{R_0}\right)^2\right)^{\beta_m} R^l\right]\mathrm{e}^{-3ht}. \tag{49}$$

В настоящата работа са изведени формулите, свързващи законите за пространствената плътност в сферично симетрични конфигурации за $t<t_0$ и $t>t_0$, като за $t>t_0$ имаме разширение по Хъбл. Постулирани са 10 начални закона за пространствената плътност, които с изключение на първия са използувани в различни случаи. При някои закони са получени и съответните повърхностни разпределения.

Получените формули са приложими не само за конфигурации, състоящи се от дискретни обекти — звезди, галактики, купове от галактики, но и за непрекъснати конфигурации.

Забележка. Някои въпроси, свързани с разширението на извънгалактични системи (галактики, групи, купове от I и II порядък), са разглеждани от Н. Калицин (например Kalitzin, Dynamik der relativistischen Raketen und einiger astronomischen Objekte, Sofia, 1963, където са цитирани и други негови статии). Доколкото обаче основното предположение на настоящата работа е единствено възможността за разширение в сферично-симетричния случай, и то на купове от галактики (при това в класическия случай), ясно е, че няма нищо общо между резултатите на Калицин и нашите резултати. В нашата работа са избягнати всякакви хипотетични предположения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян В. А., 1949, А. Ж., **26**, 3.
2. Амбарцумян В. А., 1954, Сообщ. Бюрак. обс., **15**, 3.
3. Ambartsumian V. A., 1955, Obs., **75**, 72.
4. Blaauw A., 1952, Bull. Astron. Inst. Netherl., **11**, 405.
5. Blaauw A., 1952, Bull. Astron. Inst. Netherl., **11**, 414.
6. Hogg H. S., 1959, in „Hand. Phys.", **53**, 129 (Springer Verlag).
7. Blaauw A., 1946, Publ. Kapteyn Astron. Lab., No 52.
8. Kahn F. D. and L. Woltjer, 1959, Ap. J., **130**, 705.
9. Godfredsen E. A., 1961, Ap. J., **134**, 257.
10. Limber D. N., 1961, A. J., **66**, 572.
11. Амбарцумян В. А., 1955, Некоторые замечания о кратных галактиках, Ереван.
12. Амбарцумян В. А., 1956, Изв. АН Арм. ССР, серия физ.-мат. наук, **9**, 23.
13. Амбарцумян В. А., 1956, ДАН Арм. ССР, **23**, 161.
14. Ambartsumian V. A., 1958, Solvay Conference Report, Brussels, 241.
15. Burbidge E. M. and G. R. Burbidge, 1959, Ap. J., **130**, 12.

16. Burbidge G. R. and E. M. Burbidge, 1959, Ap. J., **130**, 15.
17. Ambartsumian V. A., 1961, A. J., **66**, 536.
18. Limber D. N. and W. Mathews, 1960, Ap. J., **132**, 286.
19. Burbidge E. M. and G. R. Burbidge, 1961, A. J., **66**, 541.
20. Vorontsov-Velyaminov B., 1961, A. J., **66**, 551.
21. Minkowski R. 1961, A. J., **66**, 558.
22. Lovasich J., N. U. Mayall, J. Neyman and E. L. Scott, 1961, Proc. Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability (Univ. California Press), 187.
23. Neyman J. and E. Scott, 1961, A. J., **66**, 581.
24. Караченцев И. Д., 1965, Астрофизика, **1**, 303.
25. Караченцев И. Д., 1965, Астрофизика, **2**, 81.
26. Bondi H., 1961, Cosmology, Cambridge Univ. Press, London and N. Y.
27. McVittie G. C., 1962, General Relativity and Cosmology, Univ. of Illinois, 1962.
28. Novikov I. D. and Ya. B. Zeldovič, 1967, Ann. Rev. Astron. Astrophysics, **5**, 627.
29. Zeldovich Ja., 1965, Adv. Astron. Astroph., **3**, 241.
30. Зельдович, Я. Б. и И. Д. Новиков, 1967, Релятивистская астрофизика, Москва.
31. Lynds C. R. and A. R. Sandage, 1963, Ap. J., **137**, 1005.
32. Burbidge G. R., E. M. Burbidge and A. R. Sandage, 1963, Rev. Mod. Phys., **35**, 947.
33. Воронцов-Вельяминов Б. А., 1966, АЦ, № 266.
34. Oke J. B., W. L. W. Sargent, G. Neugebauer and E. E. Becklin, 1967, Ap. J. (Letters), **150**, L 173.
35. Sandage A., 1967, Ap. J. (Letters), **150**, L 177.
36. Usher P. D. and O. P. Manley, 1968, Ap. J. (Letters), **151**, L 79.
37. Pauliny-Toth I. and K. I. Kellermann, 1968, Ap. J. (Letters), **152**, L 169.
38. Burbidge E. M. 1967, Ann. Rev. Astron. Astroph., **5**, 399.
39. Mcdougall J., R., Butler Ph. Kronberg and A. Sandqvist, 1963, Nature, **199**, 1080.
40. Klepp H., 1964, Nature, **201**, 693.
41. Zeipel, H. von, 1908, Ann. Obs. Paris, **25** F.
42. Zeipel, H. von, J. Lindgren, 1921, Kgl. Svenska vet. acad. handlingar, **61**, No 15.
43. Гаджоков В. и М. Калинков, 1966, Изв. ФИ при БАН, **15**, 121.
44. Wallenquist, Å, 1958, Ark. för Astronomi, **2**, 103.
45. Plummer H. C., 1911, MN RAS, **71**, 460.
46. Plummer, H. C., 1916, MN RAS, **76**, 107.
47. Zeipel H. von, 1913, Kungl. Svenska Vet. akad. Handl., **51**, 3.
48. Kreiken E. A., 1961, AnnA, **24**, 219.
49. Kreiken E. A., 1962, AnnA, **25**, 271.
50. Kreiken E. A., 1963, AnnA, **26**, 68.
51. Wallenquist Å., 1933, Ann. Bosscha-Sternw. Lembang (Jawma), **4**, 47.
52. Велтманн Ю. И. К., 1961, Публ. Тарт. астрономической обсерватории, **33**, 387.
53. Lohmann W., 1964, ZfA, **60**, 43.
54. Wallenquist, Å, 1959, Nova Acta Reg. Soc. Sci. Upsaliensis, **17**, No 7.
55. Велтманн Ю. И. К., 1966, Публ. Тарт. астрофизической обс., **35**, 5.
56. Lohman W., 1964, ZfA, **60**, 43.
57. Мирзоян Л. В., 1963, Сообщ. Бюрак. обс., **33**, 41.
58. Мирзоян Л. В., 1964, Сообщ. Бюрак. обс., **35**, 75.
59. Мирзоян Л. В., 1967, Автореф. дисс. докт. физ-мат. наук, Ленинград.
60. Oort J. and G. van. Herk, 1959, Bull. Astron. Inst. Netherl., 1959, **14**, 299.
61. Miller R. H. and K. H. Prendergast, 1962, Ap. J., **136**, 713.

Постъпила на 10. XII. 1968 г.

НЕКОТОРЫЕ ЭФФЕКТЫ У РАСШИРЯЮЩИХСЯ ПО ХАББЛУ СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНЫХ СКОПЛЕНИЯХ ГАЛАКТИК И ЗВЕЗД

М. Калинков и Д. Факиров

(Резюме)

В настоящей работе выведены формулы, связывающие законы пространственной плотности в сферически-симметричных внегалактических конфигурациях для $t<t_0$ и $t>t_0$, где для $t>t_0$ принималось расширение по Хабблу. Постулированы десять начальных законов пространственной плотности, которые, за исключением первого, использовались в различных случаях. При некоторых законах получены соответствующие поверхностные распределения. Корректная формулировка задачи, представленной на рис. 1, дана с (4) по (6). Связь между пространственными законами до и после расширения дается (16). В зависимости от определения пространственной плотности, формулы приложимы как в дискретных, так и в непрерывном случаях. При дополнительных предположениях возможно определение начальных законов поверхностной плотности или одного из параметров (h или t).

SOME EFFECTS AT SPHERIC SYMMETRICAL CLUSTERS OF GALAXIES OR STARS EXPANDING BY HUBBLE

M. Kalinkov and D. Fakirov

(Summary)

In this paper the formulas connecting the laws for the space density in spheric-symmetrical extra-galactic configurations for $t<t_0$ and $t>t_0$ are deduced, having for $t>t_0$ expansion by Hubble. Ten initial laws are postulated for the space density which, with the exception of the first one, are used in different cases. In some laws the corresponding surface distributions are obtained too. The correct formulation of the problem, presented in Fig. 1, is given with (4) — (6). The relation among the volume laws before and after the expansion is given with (16). Depending on the space density definition, the formulas are applicable to the discrete as well as to the continuous cases. Under the additional assumptions it is possible to determine the initial laws about the surface density or one of the parameters h or t.