БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ * BULGARIAN ACADEMY OF SCIENCES
ИЗВЕСТИЯ НА СЕКЦИЯТА ПО АСТРОНОМИЯ
BULLETIN OF THE SECTION OF ASTRONOMY
Том (Vol.) VI, 1973

# ВЪРХУ РАЗЛИЧИЕТО МЕЖДУ ЧЕТНИТЕ И НЕЧЕТНИТЕ 11-ГОДИШНИ ЦИКЛИ НА СЛЪНЧЕВАТА АКТИВНОСТ

*Ангел Бонов*

Според цюрихската номерация наблюдаваните след 1610 г.* 11-годишни цикли на слънчевата активност са номерирани по следния начин: 11-годишният цикъл, започнал в 1745,0 г. и свършил в 1755,2 г., има номер нула, 11-годишните цикли преди него имат отрицателни номера (от № —1 до № —12), а след него — положителни номера (от № 1 до № 20).

Прието е 11-годишните цикли с четни номера да се наричат четни цикли, а другите — нечетни.

Waldmeier [1], изхождайки от своята „взривна" хипотеза, разкри редица вътрешни закономерности между характерните елементи на 11-годишния цикъл. Някои от тези закономерности, например съществуването на силна отрицателна корелация между растенето $t$ на 11-годишния цикъл и числото на Волф $R_M$ в епохата на неговия максимум, се представя с различни емпирични формули за четните и за нечетните цикли. Като означава с $\tau$ времето на спадането на 11-годишния цикъл, Waldmeier установи, че между отношението $q=t/\tau$ и $R_M$ съществува отрицателна корелация за всички 11-годишни цикли (четни и нечетни). В действителност тази закономерност не е една и съща за четните и за нечетните 11-годишни цикли. Това установихме в нашата работа [2], в която вместо отношението $q$ ние използваме фазата $\Phi$ на максимума в развитието на 11-годишния цикъл, изчислявана според [3] по формулата

$$\Phi=\frac{T_M-T_{m_1}}{T_{m_2}-T_{m_1}}=\frac{t}{T}, \tag{1}$$

в която $T_M$ е епохата на максимума, $T_{m_1}$ и $T_{m_2}$ са епохите на минимумите съответно в началото и в края на 11-годишния цикъл, а $T$ е неговата продължителност. Като означаваме с $\Phi_{2n}$ и $\Phi_{2n+1}$ фазата на максимума съответно в четните и в нечетните 11-годишни цикли, ние получаваме за коефициента на корелацията за четните 11-годишни цикли

$$r[\Phi_{2n}, R_M^{2n}]=-0{,}856$$

* Началото на телескопичните наблюдения на слънчевите петна.

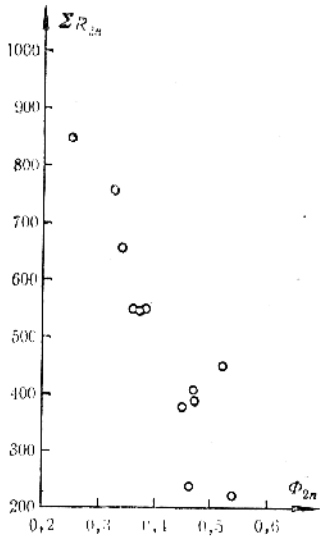
и за нечетните 11-годишни цикли

$$r[\Phi_{2n+1}, R_{\text{M}}^{2n+1}] = -0{,}755.$$

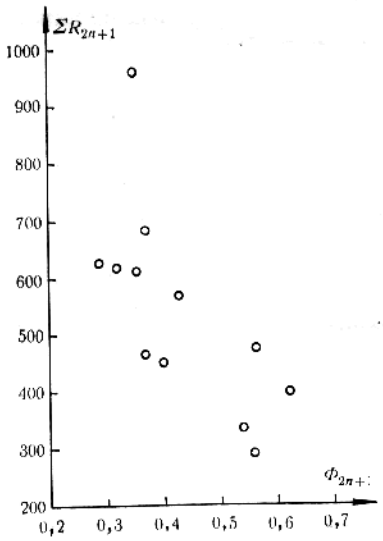
В съответствие с тези стойности на $r$ регресията между $\Phi$ и $R_{\text{M}}$ се изразява с различни уравнения за четните и за нечетните 11-годишни цикли [2].

Различието между четните и нечетните 11-годишни цикли на слънчевата активност ясно проличава и в намерените емпирични формули от Оль [4] и Чистяков [5]. Безрукова [6] въз основа на различието между четните и нечетните цикли изследва (графически) изменението на $R_{\text{M}}$ поотделно за четните и за нечетните цикли. От графиката на $R_{\text{M}}$ за четните цикли тя прави прогноза за $R_{\text{M}}$ на 11-годишния цикъл № 20, а от графиката на $R_{\text{M}}$ за нечетните цикли — прогноза за $R_{\text{M}}$ на 11-годишния цикъл № 21.

В [7] ние правим по-задълбочени изследвания на четните и нечетните 11-годишни цикли и установяваме твърде съществени различия за редица техни основни характеристики. Тези изследвания продължаваме в настоящата работа, в която разкриваме едно ново съществено различие между четните и нечетните 11-годишни цикли на слънчевата активност: между фазата $\Phi$ на максимума, дефинирана с формула (1), и сумата от средногодишните числа на Волф $\sum R$, която характеризира мощността на 11-




Фиг. 1




Фиг. 2

годишния цикъл, съществува определена закономерност, която се изразява с различни емпирични формули за четните и за нечетните 11-годишни цикли.

По данните в [8] е съставена табл. 1, въз основа на която са построени двете корелационни диаграми на фиг. 1 и 2. По абсцисната ос са нанесени стойностите на фазата на максимума в 11-годишния цикъл, а

по ординатната ос — сумата от средногодишните числа на Волф в продължение на цикъла.

Диаграмата на фиг. 1 е построена за четните 11-годишни цикли, а диаграмата на фиг. 2 — за нечетните 11-годишни цикли.

Таблица 1

| № на 11-годишен цикъл | $\Phi_{2n}$ | $\sum R_{2n}$ | № на 11-годишния цикъл | $\Phi_{2n+1}$ | $\sum R_{2n+1}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| —4 | 0,54 | 219 | —3 | 0,54 | 336 |
| —2 | 0,38 | 546 | —1 | 0,43 | 572 |
| 0 | 0,52 | 450 | 1 | 0,56 | 478 |
| 2 | 0,36 | 546 | 3 | 0,32 | 624 |
| 4 | 0,25 | 850 | 5 | 0,56 | 286 |
| 6 | 0,46 | 237 | 7 | 0,62 | 399 |
| 8 | 0,34 | 664 | 9 | 0,37 | 693 |
| 10 | 0,37 | 553 | 11 | 0,29 | 626 |
| 12 | 0,47 | 387 | 13 | 0,37 | 468 |
| 14 | 0,45 | 375 | 15 | 0,40 | 447 |
| 16 | 0,47 | 416 | 17 | 0,35 | 615 |
| 18 | 0,33 | 761 | 19 | 0,35 | 960 |

От фиг. 1 може да се направи заключението, че между фазата $\Phi_{2n}$ и $\sum R_{2n}$ съществува определена зависимост: колкото по-малка е фазата на максимума в един четен 11-годишен цикъл, толкова по-голяма е сумата от средногодишните числа на Волф в продължение на цикъла или, което е същото, по-мощен е цикълът.

От данните в табл. 1 за коефициента на корелацията между $\sum R_{2n}$ и $\Phi_{2n}$ получаваме

$$r[\sum R_{2n},\ \Phi_{2n}] = -0{,}935.$$

Тъй като броят на наблюденията, с които разполагаме, не е голям ($n=12$), налага се да изследваме значимостта на коефициента на корелацията. За тази цел прилагаме известния $t$-критерий на Стюдент [9]. При $k=n-2=10$ степени на свобода от табл. VIII в [9] намираме, че вероятността абсолютната стойност на $r$ да удовлетворява неравенството

$$|r| \geq 0{,}708$$

поради някаква случайност е $P=0{,}01=1\,\%$. Тази вероятност е толкова малка, че практически събитието може да се приеме за невъзможно. Следователно по-голямата абсолютна стойност на $r$, която получихме, не се дължи на случайност, а е резултат от съществуването на корелационна връзка между $\sum R_{2n}$ и $\Phi_{2n}$, което непосредствено се вижда и от фиг. 1.

За да установим каква е връзката (линейна или друга), изчисляваме стойността на корелационното отношение $\eta$, дефинирано от Pearson [10], и получаваме

$$\eta = 0{,}945,$$

Както се вижда, стойността на $\eta$ е твърде близка до абсолютната стойност на коефициента на корелацията $|r|=0{,}935$. Вземайки пред вид свойствата на корелационното отношение, трябва да направим заключението, че връзката между $\sum R_{2n}$ и $\Phi_{2n}$ е линейна. По-точно между тези величини съществува линейна регресия. Действително, изчисляйки последователно стойностите на $\varrho$, $s$ и $t_\varrho$, като използваме формулите [9]

$$\varrho=\frac{r\sigma_y}{\sigma_x},\quad s=\sqrt{\frac{1}{n-2}\left[\sum(y-\bar{y})^2-\varrho^2\sum(x-\bar{x})^2\right]},\tag{2}$$

$$t_\varrho=\frac{\varrho\sqrt{\Sigma(x-\bar{x})^2}}{s},$$

в които $x=\Phi_{2n}$ и $y=\sum R_{2n}$, получаваме $t_\varrho=-6{,}3$. От табл. V в [9] при $k=10$ намираме вероятността абсолютната стойност на $t_\varrho$ да е не по-малка от 5,0:

$$P(|t_\varrho|\geq 5{,}0)=0{,}001=0{,}1\ \%.$$

Тази вероятност е пренебрежимо малка. Следователно по-голямата абсолютна стойност на $t_\varrho$, която получихме, се дължи на съществуването на линейна регресия между $\sum R_{2n}$ и $\Phi_{2n}$, която се изразява с уравнението

$$\sum R_{2n}=1335-2086{,}5\ \Phi_{2n}\tag{3}$$

със свободен член $a=1335\pm 8$. При $k=10$ степени на свобода с вероятност $P=95\ \%$ доверителните граници на коефициента на регресията са

$$-2090{,}7<\varrho<-2082{,}7.$$

Ако означим с $\Phi_{2n}^0$ стойността на $\Phi_{2n}$ за един четен 11-годишен цикъл и със $\sum R_{2n}^0$ — сумата от средногодишните числа на Волф в продължение на същия цикъл, изчислена от (3) за $\Phi_{2n}=\Phi_{2n}^0$, с вероятност $P=95\ \%$ доверителните граници на $\sum R_{2n}$ се определят от [10]

$$\sum R_{2n}^0-58{,}3\sqrt{1+\frac{n^2(\Phi_0-\bar{\Phi})^2}{n\sum\Phi^2-(\sum\Phi)^2}}<\sum R_{2n}<\sum R_{2n}^0\tag{4}$$

$$+58{,}3\sqrt{1+\frac{n^2(\Phi_0-\bar{\Phi})^2}{n\sum\Phi^2-(\sum\Phi)^2}}.$$

От фиг. 2 непосредствено може да се направи заключението, че между $\sum R_{2n+1}$ и $\Phi_{2n+1}$ на нечетните 11-годишни цикли съществува зависимост, която изразява тенденцията: Колкото по-малка е стойността на фазата на максимума в един нечетен 11-годишен цикъл, толкова по-голяма е сумата от средногодишните числа на Волф в продължение на цикъла. Непосредственото сравнение на фиг. 1 и 2 показва, че за нечетните 11-годишни цикли зависимостта между $\Phi$ и $\sum R$ е по-слаба. Същото показва коефициента на корелацията, изчислен по данните от табл. 1:

$$r[\sum R_{2n+1},\ \Phi_{2n+1}]=-0{,}687.$$

Прилагайки $t$-критерия на Стюдент [9], при $k=n-2=10$ от табл. VIII в [9] намираме

$$P(|r|\geqq 0{,}576)=0{,}05=5\,\%.$$

Тази вероятност не е голяма и може да се приеме, че $|r|>0{,}576$, което получихме, не се дължи на случайност, а е следствие от съществуването на корелационна връзка между $\sum R_{2n+1}$ и $\Phi_{2n+1}$. За корелационното отношение получаваме

$$\eta=-0{,}692.$$

Тази стойност приблизително е равна на абсолютната стойност на коефициента на корелацията. Следователно между $\sum R_{2n+1}$ и $\Phi_{2n+1}$ съществува линейна корелационна връзка. По-точно между тези величини съществува линейна регресия. Действително, изчисляйки последователно $\varrho$, $s$ и $t_\varrho$ по (2), получаваме

$$t_\varrho=-3{,}03.$$

От табл. V в [9] при $k=10$ намираме

$$P(|t_\varrho|\geqq 3{,}0)=0{,}013=1{,}3\,\%.$$

Тази вероятност е малка и практически може да се приеме, че по-голямата абсолютна стойност на $t_\varrho$, която получихме, не се дължи на случайност, а е следствие от съществуването на линейна регресия между $\sum R_{2n+1}$ и $\Phi_{2n+1}$, която се изразява с уравнението

$$\sum R_{2n+1}=1032-1138{,}9\ \Phi_{2n+1} \tag{5}$$

със свободен член $a=1032\pm 39$. При $k=10$ с вероятност $P=90\,\%$ доверителните граници на коефициента на регресията са

$$-1101{,}3<\varrho<-1176{,}5.$$

Ако означим с $\Phi^0_{2n+1}$ стойността на $\Phi_{2n+1}$ за един нечетен 11-годишен цикъл и със $\sum R^0_{2n+1}$ — сумата от средногодишните числа на Волф в продължение на същия цикъл, изчислена от (5) за $\Phi_{2n+1}=\Phi^0_{2n+1}$, с вероятност $P=90\,\%$ доверителните граници на $\sum R_{2n+1}$ се определят от [10]

$$\sum R^0_{2n+1}-77{,}1\sqrt{1+\frac{n^2(\Phi_0-\bar{\Phi})^2}{n\sum\Phi^2-(\sum\Phi)^2}}<R_{2n+1}<R^0_{2n+1}+77{,}1\sqrt{1+\frac{n^2(\Phi_0-\bar{\Phi})^2}{n\sum\Phi^2-(\sum\Phi)^2}}.$$

Както от фиг. 1 и 2, така и от сравнението на уравненията (3) и (5) непосредствено се вижда, че четните 11-годишни цикли се различават от нечетните. Това налага някои зависимости между елементите на 11-годишните цикли да се изследват поотделно за четните и за нечетните цикли. Изхождайки от това, ние считаме, че прогнозата на слънчевата активност в рамките на 11-годишния цикъл ще бъде по-достоверна, ако се взема пред вид номерът на 11-годишния цикъл според цюрихската номерация.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Waldmeier, M. Astr. Mitt., No 133, 1935.
2. Бонов, А. Д. Емпирико-статистически закономерности между основните характеристики на слънчевите цикли. Дългосрочна прогноза на слънчевата активност. Дисертация, 1970.
3. Ягер, К. Строеж и динамика атмосферы Солнца. М., 1962.
4. Оль, А. И. Бюлл. КИСО, № 2, 1949.
5. Чистяков, В. Ф. Бюлл. ВАГО, № 25, 1959.
6. Безрукова, А. Л. Солн. данные, № 11, 1959.
7. Бонов, А. Д., Изв. на Секцията по астрономия, 3. БАН, 1970.
8. Waldmeier, M. The Sunspot-Activity in the Years 1610—1960. Zürich, 1960.
9. Романовский, В. И. Применения математической статистики в опытном деле. М. — Л., 1947.
10. Смирнов, Н. В., И. В. Дунин-Барковский. Курс теории вероятностей и математической статистики. М., 1965.


*Постъпила на 28. VI. 1971 г.*

# О РАЗЛИЧИИ МЕЖДУ ЧЕТНЫМИ И НЕЧЕТНЫМИ 11-ЛЕТНИМИ ЦИКЛАМИ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ

*А. Бонов*


(Резюме)

Между фазой $\Phi$ максимума развития 11-летнего цикла и суммой $\sum R$ среднегодовых чисел Вольфа, характеризующей его мощность, существует следующая зависимость: поскольку меньше величина $\Phi$, настолько бывает больше величина суммы $\sum R$. Эта зависимость выражается различными уравнениями регрессии, а именно:

$$\sum R_{2n} = 1335 - 2086{,}5\ \Phi_{2n}$$

для четных 11-летних циклов и

$$\sum R_{2n+1} = 1032 - 1138{,}9\ \Phi_{2n+1}$$

для нечетных таких же циклов.

Различие между четными и нечетными 11-летними циклами видна непосредственно при сравнивании корреляционных диаграмм на рис. 1 и 2. Автор находит, что при составлении прогнозов солнечной активности в пределах 11-летних циклов следует учитывать и порядковый номер цикла (его четность) по цюрихской номерации.

# ON THE DISCREPANCY BETWEEN EVEN AND ODD 11-YEAR CYCLES IN SOLAR ACTIVITY

*A. Bonov*

(Summary)

There exists the following relationship between the phase $\Phi$ of the maximum in the development of the 11-year cycle, determined by the formula (1) and the sum $\sum R$ of the mean yearly numbers of Wolf in the development of the cycle, which is typical of its power: the smaller the value of $\Phi$ the higher the value of $\sum R$. This relationship is expressed by the different regression equations

$$\sum R_{2n} = 1335 - 2086.5\ \Phi_{2n}$$

for the even-numbered 11-year cycles and with

$$\sum R_{2n+1} = 1032 - 1138.9\ \Phi_{2n+1}$$

for the odd-numbered 11-year cycles.

The difference between the even and odd 11-year cycles is seen directly from the comparison of the correlation diagrams in Figs. 1 and 2. In our opinion, in solar activity forecasting within the limits of an 11-year cycle, the number of the cycle (its evenness) in accordance with the Zurich enumeration should be taken into consideration.